

## Model rachunkowości zarządczej i model mieszany a poziom dźwigni finansowej

Jarosław Mielcarek\*

**Streszczenie:** Celem badań było wykazanie przydatności analizy DFL w finansach i rachunkowości zarządczej. Narzędziami badawczymi były: model rachunkowości zarządczej (MRZ) i model mieszany (rachunkowości zarządczej i finansów, MM). W opracowaniu rozwiązano szereg problemów. Spośród nich można wymienić następujące:

- czy istnieje w MRZ i MM związek między DFL a dźwignią finansową (DF)?
- czy istnieje w MM i MRZ związek między graniczną stopą marży bezpieczeństwa (SG), dla której  $i$  zrównuje się z ROA, a stopniem dźwigni operacyjnej (DOL), DFL i DF?
- czy istnieje w MM związek między ROE a ROA, DF i DFL?

Do nowych faktów teoretycznych można zaliczyć w MRZ wykazanie, że SG jest wyznaczana przez DOL, DF i DFL jako parametry, że dla SG wielkość DFL zrównuje się z DF, że DFL jest funkcją jednej zmiennej niezależnej, którą jest ROA oraz, że jej parametrami są DF oraz  $i$ . W MM nowymi faktami teoretycznymi są funkcja DFL jako funkcja DF i funkcja DF jako odwrotna funkcja tej pierwszej, mnożnik ROE określony przez DF i DFL oraz SG jako funkcja DF i DFL o stałej wartości niezależnej od struktury kapitału. Zastosowanie sformułowanych prawidłości w analizie wrażliwości jest podstawą do sformułowania wniosku, że DFL jest niezbędnym narzędziem analizy w finansach i rachunkowości zarządczej.

**Słowa kluczowe:** poziom dźwigni finansowej, dźwignia finansowa, poziom dźwigni operacyjnej, stopa marży bezpieczeństwa finansowego, graniczna stopa wzrostu popytu

### Wprowadzenie

Badania dźwigni finansowej w przeważającym stopniu koncentrują się na analizowaniu wpływu na nią udziału kapitału obcego i jego oprocentowania oraz dźwigni całkowitej (połączonej) (m.in. Berent 2010: 66–78; Berent 2008: 5–19; Rutkowski 2007: 169–183; Dudycz 2011: 113–179; Brigham, Houston 2005: 151–157; Arnold 2002: 813; Duliniec 2001; Jarzemowska 1999: 133–144; Bednarski, Waśniewski 1996: 511–526). Poddaje się również w wątpliwość sens posługiwania się poziomem dźwigni finansowej (*degree of financial leverage* – w skrócie DFL) (Berent 2012: 11–24; 2013: 215–228, 361–374).

Jeżeli poprawny jest pogląd, że nie ma poznania naukowego bezzałożeniowego, to poszukiwanie uzasadnienia stosowania DFL nie może być oderwane od modelu, w którym są przyjmowane odpowiednie założenia. W tym celu należy dokonać rekonstrukcji modelu rachunkowości zarządczej (w skrócie MRZ) i modelu mieszanego, rachunkowości zarządczej

---

\* dr hab. Jarosław Mielcarek prof. Wyższej Szkoły Bankowej w Poznaniu, Wyższa Szkoła Bankowa w Poznaniu.

i finansów (w skrócie MM). W ramach tych modeli badanie zasadności posługiwania się DFL prowadzi do wyłonienia się szeregu problemów, sformułowanych za pomocą następujących pytań:

- jakie są założenia MRZ?
- jakie są założenia MM?
- po co liczony jest w MRZ wskaźnik DFL?
- po co liczony jest w MM wskaźnik DFL?
- czy istnieje w MRZ związek między DFL a dźwignią finansową (w skrócie DF)?
- czy istnieje w MRZ związek między graniczną stopą marży bezpieczeństwa (w skrócie SG), dla której  $i$  zrównuje się z ROA, a stopniem dźwigni operacyjnej (w skrócie DOL), DFL i DF?
- czy istnieje w MM związek między DFL a DF?
- czy istnieje w MM związek między SG, a stopniem dźwigni operacyjnej (w skrócie DOL), DFL i DF?
- czy istnieje w MM związek między ROE a ROA, DF i DFL?

Celem opracowania jest rozwiązanie tych problemów.

Narzędziem analizy będą formuły na SO, SF, DOL i DFL jako funkcje zmian popytu oraz SG. Zostanie również zastosowana koncepcja funkcji odwrotnej. Wszystkie te formuły będą rozpatrywane w ramach MRZ i MM.

## 1. Model rachunkowości zarządczej

Założenia, które dotyczą przedsiębiorstwa w MRZ są następujące<sup>1</sup>:

- przedsiębiorstwo zarządzane jest przez racjonalnych menedżerów,
- struktura kapitału nie ulega zmianie,
- wielkość kapitału uczestniczącego w efektach nie ulega zmianie,
- koszt kapitału obcego nie ulega zmianie,
- jednostkowe koszty zmienne są stałe,
- koszty stałe nie ulegają zmianie,
- ceny są stałe,
- produkcja i sprzedaż równają się popytowi na produkty przedsiębiorstwa,
- analiza dotyczy wielkości brutto,
- stopa rentowności brutto kapitału (w skrócie ROA) jest nie mniejsza od stopy oprocentowania długu (w skrócie  $i$ ),
- zmianie ulega popyt, wywołując zmiany ROA.

---

<sup>1</sup> Konsekwencją przyjętych w MRZ założeń jest to, że jedynym czynnikiem wywołującym zmianę DOL i DFL jest zmiana wartości sprzedaży. Założenie o racjonalności wyklucza uwzględnienie wskazanego przez T. Berenta wpływu efektu dyscyplinującego długu dla wielkości DOL i DFL (Berent 2013: 363).

Przyjmuje się, że poziom dźwigni finansowej informuje o tym, o ile procent zmieni się EBIT (zysk operacyjny) po potrąceniu odsetek (EBT – zysk brutto) pod wpływem zmiany EBIT o jeden procent. Jest to interpretacja zawężająca. DFL (*degree of financial leverage*) informuje o tym, o ile procent zmieni się EBT na każdy procent zmiany EBIT w porównaniu z wielkością początkową<sup>2</sup>.

$$DFL = \frac{EBIT}{EBIT - I} = \frac{EBIT}{EBT} \quad (1)$$

Poziom dźwigni operacyjnej (*degree of operational leverage*) informuje o tym, o ile procent zmieni się EBIT na każdy procent zmiany popytu w porównaniu z wielkością początkową<sup>3</sup>.

$$DOL = \frac{M_w}{EBIT} \quad (2)$$

T. Berent zadaje fundamentalne pytanie dla DFL: „Po co tak naprawdę liczony jest wskaźnik DFL? Na to pytanie brak jest w literaturze jednoznacznej odpowiedzi...” (Berent 2013: 363). W ramach MRZ można udzielić na nie jednoznaczną odpowiedź. W analizie wrażliwości przydatność obydwu wskaźników polega na umożliwieniu obliczania stopy marży bezpieczeństwa operacyjnego SO, stopy marży bezpieczeństwa finansowego SF oraz podania formuły na DFL jako funkcji stopy zmian popytu. SO to stopa spadku popytu, dla której EBIT staje się zerowy, czyli przedsiębiorstwo nie przenosi się jeszcze ze strefy zysku do strefy strat (osiągany jest punkt progno rentowności):

$$SO = -\frac{1}{DOL} \quad (3)$$

czyli stopa marży bezpieczeństwa jest równa odwrotności poziomu dźwigni operacyjnej ze znakiem ujemnym.

SF to stopa spadku popytu, dla której EBT maleje do zera (osiągany jest finansowy punkt progno rentowności):

<sup>2</sup> Funkcja DFL może przyjmować wartości równocześnie mniejsze od jeden i większe od zera. Takie przypadki są w niniejszej analizie wykluczone, bowiem dźwignia finansowa jest definiowana jako obiekt, w którym oprocentowanie kapitału obcego jest niższe od ROA. Wówczas analiza DFL w MRZ dotyczy wartości sprzedaży, której dolną granicą jest punkt graniczny, po przekroczeniu którego dźwignia finansowa zamienia się w maczugę finansową. Odstępstwem od tego założenia jest uwzględnienie finansowego punktu progno rentowności i punktu progno rentowności.

<sup>3</sup> Przedstawione definicje DFL i DOL wskazują, że podział na ujęcie dynamiczne i statyczne nie jest poprawne. Po pierwsze, analizując te ujęcia nie można pominąć odpowiedzi na pytanie, co wywołuje zmiany uwzględnionych funkcji. Na przykład w MRZ dla DFL przyrosty EBIT i EBT pod wpływem zmian popytu są identyczne, w związku z tym tzw. formuła dynamiczna (wskaźnik elastyczności) staje się równa tzw. formule statycznej. Ta ostatnia jest wówczas również wskaźnikiem elastyczności dla identycznych przyrostów EBIT i EBT. Takie podejście analityczne do DFL i DOL prowadzi do sformułowania wniosku odmiennego od zaprezentowanego przez T. Berenta, który uważa, że DFL w wersji statycznej traci swą interpretację elastycznościową (Berent 2013: 366).

$$SF = -\frac{1}{DFL \cdot DOL} = SO \frac{1}{DOL} \quad (4)$$

czyli SF jest równa iloczynowi SO i odwrotności DFL.

Aby określić wielkość tych stóp dla warunków MRZ, niezbędne jest podanie funkcji DOL i DFL, w których zmiennymi niezależnymi są stopy zmian popytu<sup>4</sup>. Funkcja DOL przedstawia się następująco:

$$DOL_i = \frac{(1 + d_i)DOL_0}{1 + d_i DOL_0} \quad (5)$$

a funkcja DFL<sup>5</sup>

$$DFL_i = \frac{(1 + d_i DOL_0)DFL_0}{1 + d_i DOL_0 DFL_0} \quad (6)$$

Formuły (5) i (6) są wygodne, ponieważ umożliwiają obliczenie DOL i DFL dla dowolnej stopy zmian popytu bez uwzględniania zmian ROA, wywoływanych zmianą wielkości popytu<sup>6</sup>.

Dla danych początkowych, opisujących sytuację przedsiębiorstwa, podanych w tabeli 1, można będzie stabilizować funkcje DOL, DFL, SO i SF. Wszelkie przykłady będą oparte na miesięcznych danych początkowych, podanych w tabeli 1. Wielkości w tabeli 1, poza relacjami, są wyrażone w złotych<sup>7</sup>.

<sup>4</sup> Wyprowadzenie tych formuł podane jest w: (Mielcarek 2006: 203–204, 503–506).

<sup>5</sup> W MRZ istnieje ścisła zależność między DOL a DFL. Zgodnie z formułą (6), DFL może się zmienić tylko wtedy, gdy zmieni się wartość sprzedaży. Dla nowych warunków wywoła to zmianę DOL i gdy przyjmiemy, że to są nowe dane początkowe i będziemy badać dla nich wpływ kolejnych zmian sprzedaży na DFL, to powstanie nowa funkcja DFL.

<sup>6</sup> Jeżeli niekiedy może powstać wrażenie, że w MRZ analiza posługująca się DFL nie uwzględnia możliwości dokonywania porównań z przedsiębiorstwem niezadłużonym, to formuły (5) i (6) są podstawą do zaprezentowania odmiennego poglądu. Dla przedsiębiorstwa niezadłużonego DFL jest równe 1 i (6) przekształca się w:

$$DFL_i = \frac{1 + d_i DOL_0}{1 + d_i DOL_0} \quad (7)$$

czyli staje się równe DOL. Wówczas punkt proggu rentowności finansowej zrównuje się z punktem proggu rentowności, a SF zamienia się w SO.

<sup>7</sup> Dane początkowe, podane w tabeli 1 są wielkościami bazowymi. Mogą nimi być rzeczywiste dane w danym miesiącu, kwartale lub roku. Zmiana wielkości sprzedaży w MRZ może dotyczyć albo przyszłego okresu i wtedy jest prognozą, albo danego okresu i wtedy jest to analiza hipotetyczna, czyli *what, if?* Dane bazowe mogą się również odnosić do budżetu dla przyszłego okresu i wtedy badanie wpływu zmian wartości sprzedaży będzie tworzeniem scenariuszy. Rozróżnienie między analizą *what, if?* a scenariuszową wynika z tego, że pierwsza odpowiada na pytanie, „co by było, jeśli”, a druga na pytanie, „co będzie, jeśli”. Również dane przyjęte w analizie projektu inwestycyjnego czy współczesnych modelach rachunku kosztów mogą być wielkościami bazowymi. Nie są to zatem wielkości arbitralne, jak sugeruje T. Berent (Berent 2013: 363–371).

**Tabela 1**

Dane początkowe

Wyszczególnienie	Miesięcznie
Kapitał	27 000 000
Kapitał obcy	16 200 000
Kapitał własny	10 800 000
Oprocentowanie długu	0,5417%
Odsetki	87 750
Sprzedaż	8 000 000
Koszty stałe	3 430 000
Koszty zmienne	4 300 000
Marża wkładu	3 700 000
Stopa marży wkładu	46,25%
Zysk operacyjny EBIT	270 000
Rentowność operacyjna ROA	1,0000%
Zysk operacyjny po potrąceniu odsetek	182 250
Rentowność brutto ROE	1,6875%
Dźwignia operacyjna popytu	13,7037
DFL	1,4815
Dźwignia finansowa	2,5000

Źródło: opracowanie własne.

Należy wrócić uwagę na to, że ponieważ miesięczne ROA wynosi 1%, a oprocentowanie długu 0,5417%, w badanym przedsiębiorstwie istnieje dźwignia finansowa.

W tabeli 2 przedstawiono tablicowanie funkcji DOL, DFL, SO i SF dla zmiennej niezależnej, którą jest stopa wzrostu popytu dla wybranego zakresu jej zmienności.

**Tabela 2**

Funkcje DOL, DFL, SO i SF

Stopa zmian popytu (%)	Sprzedaż	DOL	DFL	SO (%)	SF (%)
1	2	3	4	5	6
11,00	8 880 000	6,07	1,15	-16,48	-14,35
10,00	8 800 000	6,36	1,16	-15,72	-13,57
8,00	8 640 000	7,06	1,18	-14,16	-11,97
6,00	8 480 000	7,97	1,22	-12,54	-10,31
4,00	8 320 000	9,21	1,27	-10,86	-8,58
2,00	8 160 000	10,97	1,34	-9,11	-6,79
1,00	8 080 000	12,17	1,40	-8,22	-5,87
<b>0,00</b>	<b>8 000 000</b>	<b>13,70</b>	<b>1,48</b>	<b>-7,30</b>	<b>-4,93</b>
-1,00	7 920 000	15,72	1,60	-6,36	-3,97
-2,00	7 840 000	18,50	1,81	-5,41	-2,99
-3,00	7 760 000	22,57	2,23	-4,43	-1,99
<b>-3,34459</b>	<b>7 732 432</b>	<b>24,45</b>	<b>2,50</b>	<b>-4,09</b>	<b>-1,64</b>

1	2	3	4	5	6
-3,70	7 704 000	26,77	2,93	-3,74	-1,27
-4,00	7 680 000	29,11	3,56	-3,43	-0,96
-4,10	7 672 000	29,99	3,87	-3,33	-0,86
-4,20	7 664 000	30,93	4,27	-3,23	-0,76
-4,50	7 640 000	34,14	6,57	-2,93	-0,45
-4,70	7 624 000	36,69	11,51	-2,73	-0,24
-4,85	7 612 000	38,88	32,34	-2,57	-0,08
-4,91	7 607 200	39,83	152,29	-2,51	-0,02
<b>-4,92568</b>	<b>7 605 946</b>	<b>40,09</b>		<b>-2,49</b>	
-4,94	7 604 800	40,33	-164,57	-2,48	0,02
-4,98	7 601 600	41,00	-42,66	-2,44	0,06
-5,10	7 592 000	43,19	-12,60	-2,32	0,18
-5,40	7 568 000	49,86	-4,00	-2,01	0,50
-6,00	7 520 000	72,46	-1,21	-1,38	1,14
-7,00	7 440 000	312,82	-0,14	-0,32	2,23
<b>-7,29730</b>	<b>7 416 216</b>		<b>0,00</b>		

Źródło: opracowanie własne.

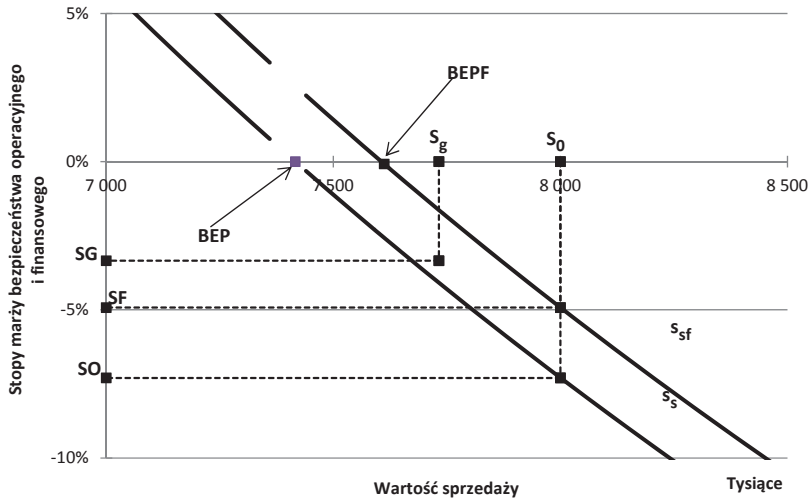
Dla zerowej stopy wzrostu popytu przedstawiono wielkości tablicowanych funkcji w tabeli 2 dla warunków początkowych. Stopa spadku popytu, wynosząca  $-3,34459\%$  jest graniczną stopą wzrostu popytu, dla której nie dochodzi jeszcze do przekształcenia się dźwigni finansowej w maczugę finansową, czyli dla której  $i$  zrównuje się z ROA (Czekaj, Dresler 2002: 229). Obliczono ją za pomocą wyprowadzonej poniżej formuły (14) na graniczną stopę wzrostu popytu<sup>8</sup>.

SF, dla której funkcja dźwigni finansowej ma punkt nieciągłości, EBIT staje się równy I, a EBT jest zerowy (finansowy punkt proggu rentowności BEPF), wynosi  $-4,92568\%$ . Obliczono ją za pomocą formuły (4) dla DFL i DOL wyznaczonych dla warunków początkowych.

SO, dla której funkcja DOL ma punkt nieciągłości, a EBIT jest zerowy (punkt proggu rentowności BEP) jest równa  $-7,29730\%$ . Obliczono ją za pomocą formuły (3) dla DOL wyznaczonego dla warunków początkowych. Istotne jest to, że zarówno BEPF oraz punkt BEP znajdują się w strefie maczugi finansowej.

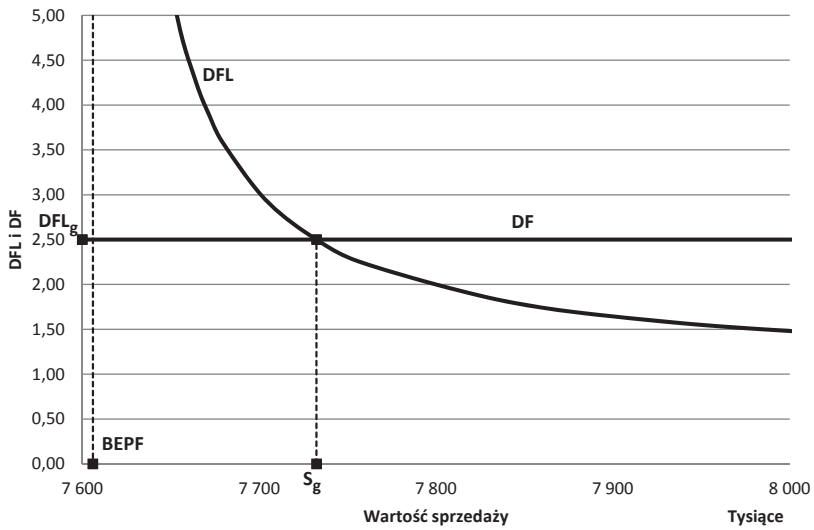
W celu zobrazowania relacji między SO i SF, na rysunku 1 przedstawimy wykres tych funkcji, korzystając z danych zawartych w tabeli 2.

<sup>8</sup> Uwzględniony zakres zmienności wartości sprzedaży w tabeli 2 wykracza poza strefę dźwigni finansowej i uwzględnia częściowo strefę maczugi finansowej, ze względu na obliczenie punktu proggu rentowności finansowej i punktu proggu rentowności.



Rysunek 1. Funkcje SO i SF

Źródło: opracowanie własne.



Rysunek 2. Punkt zrównania się DFL i DF

Źródło: opracowanie własne.

Krzywoliniowa funkcja SF przebiega powyżej funkcji SO. Dla obszaru dźwigni finansowej oznacza to, że wrażliwość EBT na zmiany popytu jest większa od wrażliwości EBIT<sup>9</sup>. Wielkości tych różnic dla poszczególnych wielkości produkcji podane są w tabeli 2.

Należy zauważyć, że dla SG wielkość DFL wynosi 2,5, czyli jest to jedyna stopa wzrostu popytu i wartość sprzedaży, dla której DFL zrównuje się z wielkością DF. Ilustracja jej jest przedstawiona na rysunku 2 na podstawie tablicowania w tabeli 2 funkcji DFL i wielkości DF dla danych początkowych. Na rysunku tym możemy zaobserwować, że funkcja DFL zrównuje się z funkcją DF dla wartości sprzedaży, określonej przez SG.

Jak można uzasadnić istnienie jednego punktu zrównania się wartości tych funkcji? W MRZ można przedstawić DFL jako funkcję ROA:

$$DFL_i = \frac{EBIT}{EBIT - I} = \frac{1}{1 - \frac{I}{EBIT}} = \frac{1}{1 - \frac{iD}{ROA K}} = \frac{1}{1 - \left(1 - \frac{1}{\frac{K}{E}}\right) \frac{i}{ROA}} = \frac{1}{1 - \left(1 - \frac{1}{DF}\right) \frac{i}{ROA_i}} \quad (8)$$

$$DFL_i = \frac{1}{1 - \left(1 - \frac{1}{DF}\right) \frac{i}{ROA_i}}$$

w której jednym Funkcja DFL jest funkcją jednej zmiennej niezależnej, którą jest ROA, a jej parametrami są DF oraz  $i$ .

Stopa wzrostu zysku pod wpływem zmiany popytu jest równa iloczynowi stopy wzrostu popytu i DOL dla warunków początkowych:

$$d_{z_i} = d_i DOL_0 \quad (9)$$

Na podstawie (9) możemy obliczyć nową wielkość ROA pod wpływem zmiany popytu:

$$ROA_i = \frac{EBIT_0 + \Delta EBIT_i}{A} = \frac{EBIT_0 + EBIT_0 d_{z_i}}{A} = \frac{(1 + d_{z_i}) EBIT_0}{A} = (1 + d_i DOL_0) ROA_0 \quad (10)$$

Po podstawieniu (10) do (8) otrzymujemy formułę na wielkość DFL uwzględniającą zmianę popytu:

<sup>9</sup> Autor zgadza się z poglądem T. Berenta, że DFL nie jest miernikiem ryzyka (Berent 2013) oraz, co należy dodać, że DOL też nie jest jego miernikiem. Są one natomiast miernikami wrażliwości EBT i EBIT na zmiany popytu. Im większe DFL i DOL, tym odpowiednio mniejsze SF i SO i większa wrażliwość EBT i EBIT na zmiany popytu. Nie jest znane prawdopodobieństwo wystąpienia takich zmian, lecz jeżeli SF i SO są niskie, to każdy racjonalny menedżer uruchomi działania zapobiegawcze. Znaczenie analizy wrażliwości można przedstawić na przykładzie prezesa Richarda Fulda, który w okresie poprzedzającym kryzys finansowy nie zlecił przeprowadzenia analizy wrażliwości banku Lehman Brothers na spadki cen nieruchomości w USA. Niezależnie od oceny prawdopodobieństwa takiego spadku, który był przez ekonomistów głównego nurtu wykluczany (A. Greenspan uważał, że spadek taki jest niemożliwy), analiza wrażliwości wykazałaby, że spadek tych cen zagraża upadłością banku. W związku z tym jego prezes mógłby w porę uruchomić działania zapobiegawcze.



$$DFL_i = \frac{1}{1 - (1 - \frac{1}{DF}) \frac{i}{ROA_i}} = \frac{1}{1 - (1 - \frac{1}{DF}) \frac{i}{(1 + d_i DOL) ROA_0}} \quad (11)$$

Dla punktu granicznego, oddzielającego strefę dźwigni finansowej od strefy maczugi finansowej, relacja  $i$  oraz ROA uwzględniającej zmiany popytu w formule (11) jest równa 1, wobec czego DFL dla punktu granicznego zrównuje się z DF:

$$DFL_i = \frac{1}{1 - (1 - \frac{1}{DF})} = DF \quad (12)$$

Na podstawie równości DFL i DF dla SG możemy opracować formułę dla SG. Jeżeli zrównamy formułę (6) z DF i odpowiednio przekształcimy, to

$$SG = \frac{DFL_0 - DF}{DOL_0 DFL_0 (DF - 1)} \quad (13)$$

SG jest określona przez trzy parametry: DOL, DFL i DF. Ponownie została udzielona odpowiedź na pytanie, po co nam DFL. Okazało się, że DFL dla warunków początkowych określa SG, czyli kluczowy parametr dla analizy wrażliwości i analizy finansowej, bowiem wyznaczona przez niego wartość sprzedaży oddziela strefę dźwigni finansowej od strefy maczugi finansowej.

## 2. Model mieszany

Prowadzenie badań na pograniczu dwóch nauk prowadzi często do interesujących rezultatów naukowych. W porównaniu z MRZ, w MM nastąpiło uchylenie założenia o stałej strukturze kapitału i przyjęcie założenia, że popyt jest stały. Model ten został nazwany MM, ponieważ jest modelem finansów, bowiem bada wpływ zmian struktury kapitału na DF i DFL. Z drugiej strony jest on również MRZ, bowiem bada się w nim zmiany typowych wskaźników w analizie wrażliwości, jakimi są SO i SF. Założenia MM, które dotyczą

przedsiębiorstwa są następujące:

- przedsiębiorstwo zarządzane jest przez racjonalnych menedżerów,
- struktura kapitału ulega zmianie,
- wielkość kapitału uczestniczącego w efektach nie ulega zmianie,
- koszt kapitału obcego nie ulega zmianie,
- jednostkowe koszty zmienne są stałe,
- koszty stałe nie ulegają zmianie,
- ceny są stałe,
- popyt jest stały,

- produkcja i sprzedaż równają się popytowi na produkty przedsiębiorstwa,
- ROA jest nie mniejsza od  $i$ ,
- analiza dotyczy wielkości brutto.

Konsekwencją zmieniającej się struktury kapitału są zmiany DF i DFL.

Zmiana DF nie wpływa na wielkość ROA. Formuła (8) obowiązuje również w MM, z tą różnicą, że zmienną niezależną staje się DF, a ROA przekształca się w parametr:

$$DFL_i = \frac{1}{1 - \left(1 - \frac{1}{DF_i}\right) \frac{i}{ROA_0}} \quad (14)$$

Zgodnie z formułą (14), DFL jest funkcją DF. Wielkości  $i$  oraz ROA są parametrami. Funkcja ta jest funkcją nieliniową, która rośnie wraz ze wzrostem DF. Możemy zauważyć, że funkcja DFL jest ciągła i ściśle monotoniczna w przedziale  $\langle a, b \rangle$ . Każdej wartości zmiennej niezależnej, którą jest DF, odpowiada tylko jedna wartość zmiennej zależnej, którą jest DFL z przedziału  $\langle c, d \rangle$ . Wobec tego funkcja DF jest funkcją odwrotną do funkcji DFL. W tym drugim przypadku przedziałem zmienności zmiennej niezależnej DFL jest przedział  $\langle c, d \rangle$ .

Z formuły (14) na DFL możemy otrzymać w wyniku przekształcenia formułę na dźwignię finansową:

$$DF_i = \frac{1}{1 - \left(1 - \frac{1}{DFL_i}\right) \frac{ROA_0}{i}} \quad (15)$$

Funkcja DF (15) jest funkcją odwrotną do funkcji DFL (14). Funkcja DFL jest również funkcją odwrotną do funkcji DF. W tabeli 3 przedstawiamy tablicowanie funkcji DF.

**Tabela 3**

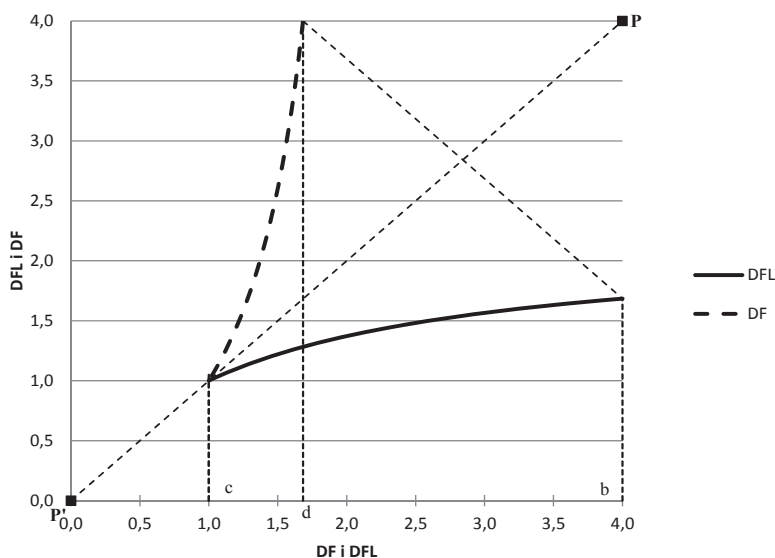
Funkcja dźwigni finansowej

DFL	ROA (%)	$i$ (%)	DF
1	2	3	4
1,6842	1,00000	0,5417	4,0000
1,6590	1,00000	0,5417	3,7500
1,6311	1,00000	0,5417	3,5000
1,6000	1,00000	0,5417	3,2500
1,5652	1,00000	0,5417	3,0000
1,5260	1,00000	0,5417	2,7500
<b>1,4815</b>	<b>1,00000</b>	<b>0,5417</b>	<b>2,5000</b>
1,4305	1,00000	0,5417	2,2500
1,3714	1,00000	0,5417	2,0000
1,3023	1,00000	0,5417	1,7500

1	2	3	4
1,2203	1,00000	0,5417	1,5000
1,1215	1,00000	0,5417	1,2500
1,0992	1,00000	0,5417	1,2000
1,0760	1,00000	0,5417	1,1500
1,0518	1,00000	0,5417	1,1000
1,0265	1,00000	0,5417	1,0500
1,0000	1,00000	0,5417	1,0000

Źródło: opracowanie własne.

Na podstawie stabilizowanej funkcji DF w tabeli 3 na rysunku 3 przedstawiamy wykres funkcji DFL oraz wykres odwrotnej do niej funkcji DF.



**Rysunek 3.** Funkcja DF i odwrotna do niej funkcja DFL

Źródło: opracowanie własne.

Przebieg funkcji DFL otrzymano w wyniku obrotu o 180° funkcji DF dookoła dwusiecznej PP' kąta xOy. Jeżeli funkcja DF jest funkcją rosnącą, to i odwrotna do niej funkcja DFL jest również funkcją rosnącą. Dysponując funkcją DF możemy określić funkcję DFL i na odwrót<sup>10</sup>.

<sup>10</sup> W literaturze został zaprezentowany pogląd, że należy całkowicie wyeliminować DFL jako narzędzie badawcze w finansach i posługiwać się wyłącznie dźwignią finansową (Berent 2012: 22). Wykazanie, że istnieje ścisły związek między dźwignią finansową a DFL (są to funkcje względem siebie odwrotne) wskazuje, że nie jest to propozycja uzasadniona. Wynika ona bowiem z przeciwstawiania sobie dźwigni finansowej i DFL oraz pomijania związków funkcyjnych istniejących między tymi wielkościami.

Jeżeli zmienną niezależną jest DFL, to jej przedział zmienności wynosi  $\langle 1,0000, 1,6842 \rangle$ . Jeżeli zmienną niezależną jest DF, to jej przedział zmienności wynosi  $\langle 1,0000, 4,0000 \rangle$ . Istnieje jeden punkt zrównania wartości tych funkcji. DF równa się wówczas 1, czyli jest to wartość dla przedsiębiorstwa niezadłużonego.

We wszystkich formułach, w których występuje DF, możemy posługując się formułą (15), zastąpić ją DFL, a w tych formułach, w których posługujemy się DFL możemy, używając formuły (14), zastąpić go DF. Na przykład, wstawiając formułę (14) do formuły (4) możemy wyrazić SF za pomocą DF:

$$SF_i = SO_0 \frac{1}{DFL_i} = SO_0 \frac{1}{\frac{1}{1 - (1 - \frac{1}{DF_i}) \frac{i}{ROA_0}}} = SO_0 \left[ 1 - (1 - \frac{1}{DF_i}) \frac{i}{ROA_0} \right] \quad (16)$$

SF jest funkcją DF, w której  $i$  oraz ROA są parametrami, określonymi przez warunki początkowe. Na podstawie obliczeń DF w tabeli 3 możemy przedstawić w tabeli 4 tablicowanie funkcji SF.

Zbadajmy jeszcze, czy dysponując DF, DFL i ROA możemy obliczyć ROE. Formułę na ROE rozwinęmy w sposób podobny do stosowanego w piramidzie wskaźników Du Ponta:

$$ROE = \frac{EBIT - I}{E} = \frac{EBIT - I}{E} \frac{EBIT}{EBIT} \frac{K}{K} = \frac{EBIT - I}{EBIT} \frac{EBIT}{K} \frac{K}{E} = \frac{DF}{DFL} ROA \quad (17)$$

Relacja DF do DFL jest mnożnikiem ROE, bowiem informuje, ile razy ROE jest większe od ROA:

$$m_{ROE} = \frac{DF}{DFL} \quad (18)$$

W tabeli 4 obliczono mnożnik ROE i funkcję ROE.

**Tabela 4**

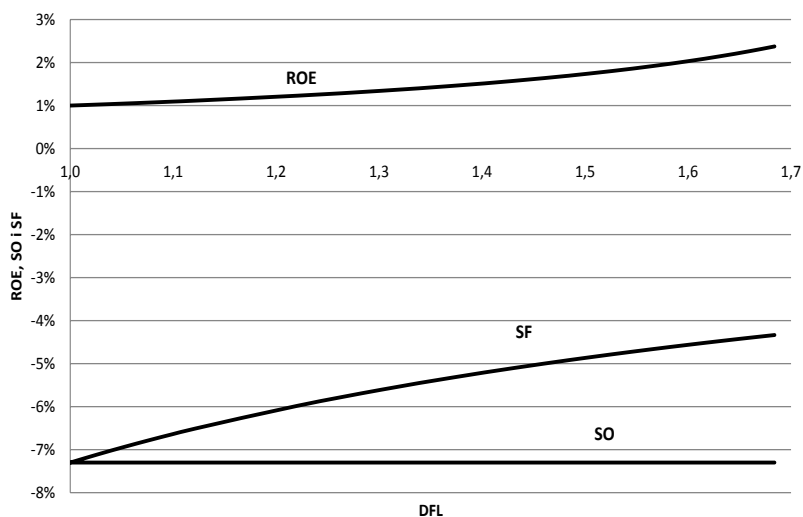
Mnożnik ROE i funkcje SO, SF i ROE

DF	DFL	Mnożnik ROE	SO (%)	SF (%)	ROE (%)
1	2	3	4	5	6
4,0000	1,6842	2,3750	-7,30	-4,33	2,375
3,7500	1,6590	2,2604	-7,30	-4,40	2,260
3,5000	1,6311	2,1458	-7,30	-4,47	2,146
3,2500	1,6000	2,0313	-7,30	-4,56	2,031
3,0000	1,5652	1,9167	-7,30	-4,66	1,917
2,7500	1,5260	1,8021	-7,30	-4,78	1,802

1	2	3	4	5	6
2,5250	1,4862	1,6990	-7,30	-4,91	1,699
2,5000	1,4815	1,6875	-7,30	-4,93	1,688
2,2500	1,4305	1,5729	-7,30	-5,10	1,573
2,0000	1,3714	1,4583	-7,30	-5,32	1,458
1,7500	1,3023	1,3438	-7,30	-5,60	1,344
1,5000	1,2203	1,2292	-7,30	-5,98	1,229
1,2500	1,1215	1,1146	-7,30	-6,51	1,115
1,2000	1,0992	1,0917	-7,30	-6,64	1,092
1,1500	1,0760	1,0688	-7,30	-6,78	1,069
1,1000	1,0518	1,0458	-7,30	-6,94	1,046
1,0500	1,0265	1,0229	-7,30	-7,11	1,023
1,0000	1,0000	1,0000	-7,30	-7,30	1,000

Źródło: opracowanie własne.

Na podstawie danych z tabeli 4 na rysunku 4 przedstawiono funkcje SO, SF i ROE.



Rysunek 4. Funkcje SO, SF i ROE

Źródło: opracowanie własne.

Na rysunku 4 można zauważyć, że w wyniku wzrostu DFL z wielkości 1 do 1,6842, ROE rośnie z 1 do 2,38%. Odbywa się to jednak kosztem wzrostu zagrożenia, mierzonego wielkością SF, która rośnie z -7,3 do -4,33%. Innymi słowy, wzrostowi ROE towarzyszy zmiana, polegająca na tym, że początkowo finansowy punkt proggu rentowności osiągnięty jest w wyniku spadku popytu o 7,3%, a dla najwyższej wartości ROE już tylko o 4,33%.

Formuła (13) na SG w MM ulega modyfikacji, uwzględniającej jego założenia:

$$SG = \frac{DFL_i - DF_i}{DOL_0 DFL_i (DF_i - 1)} \quad (19)$$

Funkcja SG (19) ma dwie zmienne niezależne, którymi są DFL i DF oraz jeden parametr DOL. Można zauważyć, że wartość tej funkcji dla uwzględnianych struktur kapitału oraz stałego  $i$  zgodnie z założeniami MM jest stała, bowiem po przekształceniu (19)

$$SG = \left( \frac{i_0}{ROA_0} - 1 \right) \frac{1}{DOL_0} = \left( 1 - \frac{i_0}{ROA_0} \right) SO \quad (20)$$

czyli SG dla dowolnej struktury kapitału zależy od  $i$ , ROA i DOL lub SO, które są parametrami określonymi przez warunki początkowe. Na podstawie (20) można wyciągnąć wniosek, że mimo iż zmiana struktury kapitału doprowadza do zmian DFL i DF, to wartość formuły (19) pozostaje stała. W tabeli 2 obliczyliśmy, że SG dla początkowej struktury kapitału wynosi  $-3,34459\%$ . Zgodnie zatem z formułą (19) i (20), dla dowolnej struktury kapitału z tabeli 4 SG jest taka sama.

## Uwagi końcowe

Problemy podjęte w opracowaniu zostały rozwiązane<sup>11</sup>. Do nowych faktów teoretycznych można zaliczyć w MRZ wykazanie, że SG jest wyznaczana przez DOL, DF i DFL jako parametry, że dla SG wielkość DFL zrównuje się z DF, że DFL jest funkcją jednej zmiennej niezależnej, którą jest ROA, a także, że jej parametrami są DF oraz  $i$ . W MM nowymi faktami teoretycznymi są funkcja DFL jako funkcja DF i funkcja DF jako odwrotna funkcja tej pierwszej, mnożnik ROE określony przez DF i DFL oraz SG jako funkcja DF i DFL o stałej wartości niezależnej od struktury kapitału. Rozwiązania te łącznie mogą być potraktowane jako odpowiedź na pytanie, po co liczony jest wskaźnik DFL.

Narzędziem badawczym były MRZ i MM. Wykazanie, że w modelu MM DF i DFL są funkcjami odwrotnymi oznaczało, że znając DFL można określić dźwignię finansową i *vice versa*. Nie jest poprawne przeciwstawianie sobie tych wskaźników, wynikające z pomijania związków funkcyjnych istniejących między nimi.

Rozwiązanie problemu mnożnika ROE uzasadniło pogląd, że DFL ma wielkie znaczenie w analizie finansowej. Służy bowiem do określania rentowności kapitału własnego brutto przy danej strukturze kapitału i wielkości ROA.

DFL ma zasadnicze znaczenie w analizie wrażliwości. Nie jest miernikiem ryzyka, lecz miernikiem stopnia zagrożenia, jakie wynika z kształtowania się pod wpływem stóp zmian

<sup>11</sup> Rozwiązanie tych problemów doprowadziło do odkrycia nowych faktów. Według I. Lakatosa nowe fakty teoretyczne to takie, których w teorii lub serii teorii nikt jeszcze nie wymyślił (Lakatos 1999).

popytu (szczególnie w recesji i pogorszenia się koniunktury w danej branży) takich stóp marż bezpieczeństwa, jak SF i SG. W przypadku niskich wartości tych wskaźników, niezależnie od nieznanego najczęściej prawdopodobieństwa wystąpienia takich lub większych stóp spadku (co do bezwzględnej wartości), skala zagrożenia jest podstawą dla racjonalnych menedżerów do uruchomienia działań zapobiegawczych.

Zwrócono uwagę na to, że zarówno BEPF, jak i BEP leżą w strefie maczugi finansowej, czyli SF i SO co do bezwzględnej wartości są większe od SG. Oznacza to, że trudności przedsiębiorstwa wynikające ze znalezienia się w strefie maczugi finansowej pojawiają się wcześniej niż dla wartości sprzedaży niższej, niż wyznaczona przez BEPF.

W MRZ to dla wartości sprzedaży niższej od wyznaczonej przez SG część dodatniej gałęzi hiperboli, będącej wykresem funkcji relacji EBIT do EBT oraz cała ujemna gałąź hiperboli nie jest uwzględniana w analizie dźwigni finansowej. Pozwala to na uniknięcie trudności interpretacyjnych wówczas, gdy przykładowo relacja EBIT do EBT jest większa od zera i mniejsza od jeden.

W MM SG mimo tego, że jest funkcją DF i DFL, nie ulega zmianie dla różnych wartości DFL i DF, wynikających ze zmian struktury kapitału. Jej wielkość jest określona bowiem przez  $i$ , ROA oraz DOL jako parametry. Dla sprzedaży wyznaczonej przez SG w MRZ wielkość DFL zrównuje się z DF. W MM DFL i DF zrównuje się dla przedsiębiorstwa niezadłużonego.

Rezultaty badawcze, osiągnięte w opracowaniu są podstawą do sformułowania wniosku, że DFL jest niezbędnym narzędziem analizy zarówno w rachunkowości zarządczej, jak i finansach.

## Literatura

- Arnold G. (2002), *Corporate Financial Management*, Prentice Hall, Harlow.
- Analiza finansowa w zarządzaniu przedsiębiorstwem* (1996), t. 1, red. L. Bednarski, T. Waśniewski, Fundacja Rozwoju Rachunkowości w Polsce, Warszawa.
- Berent T. (2013), *Ogólna teoria dźwigni finansowej*, Oficyna Wydawnicza Szkoły Głównej Handlowej, Warszawa.
- Berent T. (2012), *DFL as a Biased Estimator of Financial Risk*, w: *Zarządzanie finansami. Inwestycje, wycena przedsiębiorstw, zarządzanie wartością*, red. D. Zarzecki, Uniwersytet Szczeciński, Zeszyty Naukowe, nr 690, Finanse, Rynki Finansowe, Ubezpieczenia, nr 51, Wydawnictwo Uniwersytetu Szczecińskiego, Szczecin.
- Berent T. (2010), *Financial Risk Revisited – Theory, Definitions and Determinants*, w: *Finanse publiczne i międzynarodowe*, red. B. Bernaś, Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu, nr 99, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu, Wrocław.
- Berent T. (2008), *Dźwignia finansowa i jej składowe: nowa koncepcja metodologiczna*, „Zeszyty Teoretyczne Rachunkowości”, t. 46, nr 102, SKwP, Warszawa.
- Brigham E.F., Houston J.E. (2005), *Podstawy zarządzania finansami*, t. 2, PWE, Warszawa.
- Czekaj J., Dresler Z. (2002), *Zarządzanie finansami przedsiębiorstwa. Podstawy teorii*, PWE, Warszawa.
- Dudycz T. (2011), *Analiza finansowa jako narzędzie zarządzania finansami przedsiębiorstwa*, Indygo Zahir Media, Wrocław.
- Duliniec A. (2001), *Struktura i koszt kapitału w przedsiębiorstwie*, PWN, Warszawa.
- Jerzemska M. (1999), *Kształtowanie struktury kapitału w spółkach akcyjnych*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Karmańska A. (2006), *Rachunkowość zarządcza i rachunek kosztów w systemie informacyjnym przedsiębiorstwa*, Difin, Warszawa.

- Lakatos I. (1999), *The Methodology of Scientific Research Programmes*, Philosophical Papers, vol. 1, Cambridge University Press, Cambridge.
- Mielcarek J. (2006), *Analiza wrażliwości w rachunkowości zarządczej*, Wydawnictwo Target, Poznań.
- Rutkowski A. (2007), *Zarządzanie finansami*, PWE, Warszawa.
- Sojak S. (2003), *Rachunkowość zarządcza*, Wydawnictwo „Dom Organizatora”, Toruń.

#### MANAGEMENT ACCOUNTING AND MIXED MODELS AND DEGREE OF FINANCIAL LEVERAGE

**Abstract:** The aim of the study was to demonstrate the usefulness of the analysis of the DFL in finance and management accounting. Research tools were the management accounting (MRZ) and mixed (management accounting and finance, MM) models. Listed problems were solved. Among them the following may be mentioned:

- is there in the MRZ and MM link between DFL and financial leverage (DF)?
- is there in MRZ and MM the relationship between critical margin rate (SG) for which  $i$  equates to the ROA, and the degree of operating leverage (DOL), DFL and DF?
- is there in MM the relationship between ROE and ROA, DF and DFL?

In the MRZ the following new theoretical facts can be include: demonstration that SG is determined by DOL, DF and DFL as parameters, that for SG DFL size equates with DF, that DFL is a function of one independent variable, which is ROA, and that its parameters are DF and interest rate of debt. In MM new theoretical facts are following: DFL is a function of DF and function DF is an inverse function of the first one, the ROE multiplier is determined by DF and DFL, and SG is a function of DF and DFL with a fixed value independent of the capital structure. The use of formulated regularities in the sensitivity analysis is the basis for the conclusion that DFL is an essential tool in the financial and management accounting analysis.

**Keywords:** degree of financial leverage, financial leverage, degree of operational leverage, financial safety margin rate, critical demand growth rate

#### Cytowanie

- Mielcarek J. (2014), *Model rachunkowości zarządczej i model mieszany a poziom dźwigni finansowej*, Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego nr 802, „Finanse, Rynki Finansowe, Ubezpieczenia” nr 65, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego, Szczecin, s. 371–386; [www.wneiz.pl/frfu](http://www.wneiz.pl/frfu).