

## Stabilność czynników ryzyka w modelu Famy-Frencha wyceny kapitału na GPW w Warszawie

Monika Mościbrodzka\*

**Streszczenie:** *Cel* – W trójczynnikowym modelu Famy i Frencha, oprócz klasycznego czynnika ryzyka systematycznego, jakim jest parametr *beta*, pojawiają się dodatkowe czynniki, których zadaniem jest wyjaśnienie nieprawidłowych wskazań modelu *CAMP*, wynikających z własności fundamentalnych spółek. Zastosowanie tego modelu do portfela daje inwestorowi zestaw czynników ryzyka, na podstawie którego inwestor może dokonać wyboru portfela instrumentów i oszacować ewentualny spodziewany zysk z inwestycji. Ważne jest więc, aby zestaw ten był stabilny, Celem pracy jest ocena stabilności czynników Famy-Frencha na GPW w Warszawie.

*Metodologia badania* – Badania stabilności dokonano wykorzystując testy statystyczne oceniające zmiany strukturalne portfeli i stabilność ich parametrów. W tym celu zbadano 12 portfeli testowych, charakteryzujących się różną wartością kapitalizacji spółek (od spółek dużych do małych) i różnymi wartościami czynnika bilansowego *BV/BM* (od wysokich wartości do wartości niskich).

*Wynik* – W pracy pokazano, że zwrot z inwestowania w portfele o wysokim lub średnim wskaźniku *BV/BM* można oprzeć na czynnikach ryzyka związanych ze zmiennymi w modelu Famy i Frencha. Testy stabilności dla grupy spółek o potencjale wzrostu wykazały ich niestabilność.

*Oryginalność/wartość* – praca oparta jest na aktualnych danych giełdowych. W literaturze przedmiotu nie ma wielu prac poświęconych czynnikom Famy i Frencha na rynku polskim.

**Słowa kluczowe:** testy stabilności modelu, czynniki ryzyka, model Famy-Frencha

### Wprowadzenie

Klasycznym modelem wyceny kapitału jest model *CAMP*, który zakłada, że stopę zwrotu z portfela można wyjaśnić poprzez nadwyżkową stopę zwrotu ze wskaźnika rynku ponad stopę wolną od ryzyka. Jednak większość badań przeprowadzonych na rynkach światowych nie wykazała tak prostej zależności. Przedstawiono więc hipotezy tzw. efektywne-go rynku, na którym rozważono wpływ anomalii efektu skali (efekt małych spółek) oraz wskaźnika *BV/BM*. Pokazano, że obie te zmienne mają odwrotnie proporcjonalny wpływ na zwrot z inwestycji rozważany w *CAPM* i oprócz *beta* są dodatkową miarą ryzyka systematycznego (Fama, French 1992).

---

\* dr Monika Mościbrodzka, Uniwersytet Wrocławski, Wydział Prawa, Administracji i Ekonomii, Instytut Nauk Ekonomicznych, Uniwersytecka 22/26, 50-145 Wrocław, e-mail: m.gilzynska@prawo.uni.wroc.pl.

Użyteczność wybranych modeli wyceny kapitału (w tym również modelu Famy-Frencha), była weryfikowana także na polskim rynku. Próby zastosowania trójczynnikowego modelu do rynku polskiego podjął się Kowerski (2008: 131–148), a użyteczność tego modelu weryfikowały Czapkiewicz i Skalna (2010: 128–141). Dodatkowo, wykazały one, że trójczynnikowy model Famy i Frencha jest użyteczny jedynie w okresach hossy (Czapkiewicz, Skalna 2011: 61–80).

Oprócz weryfikacji modeli, w wielu analizach badano stabilność współczynnika *beta* jako czynnika ryzyka dla *CAPM* i generalnie wszystkie wnioski tych badań były podobne. Dla pojedynczej akcji miary ryzyka zmieniały się w stosunkowo krótkim czasie. Niemniej dla portfeli akcji stabilność współczynnika *beta* znacząco wzrastała (Levy 1971). Stabilnością współczynnika *beta* zajmowali się w swoich pracach również B. Fielitz (1974), R.B. Porter i J.R. Ezzell (1975), a także J.B. Baesel (1974).

Celem pracy jest ocena stabilności modelu opartego na czynnikach Famy i Frencha dla rynku polskiego w okresie od lutego 2009 roku do grudnia 2013 roku. Opierając się na pracy Czapkiewicz i Skalna (2011), można przyjąć jego użyteczność w badanym okresie (okres hossy). Odpowiedź na pytanie, czy współczynniki w tym modelu są stabilne, dla inwestora może oznaczać informację na temat spodziewanych zwrotów z inwestycji. Jeśli inwestor w budowie portfela będzie kierować się właśnie modelem ekonometrycznym, uwzględniającym czynniki zaproponowane przez Famę i Frencha i dokonywać wyboru instrumentów na podstawie oszacowanych parametrów, to ważne jest, aby relacje pomiędzy zmiennymi w modelu tym były stabilne.

Wszystkie prezentowane wyniki liczone są w nieodpłatnie udostępnionym pakiecie, publikowanym przez *Free Software Foundation* pod nazwą „Gretl” (<http://gretl.sourceforge.net>, polskojęzyczna wersja opracowana przez T. Kufla).

## 1. Model wyceny *CAPM* a trójczynnikowy model Famy-Frencha

### 1.1. Model *CAPM*

Model wyceny aktywów kapitałowych *CAPM* (*Capital Asset Pricing Model*) daje podstawy do wyjaśnienia osiągniętych stóp zwrotu z papierów wartościowych jako funkcji rynkowego ryzyka (Reilly, Brown 2001b: 195). Opiera się on na założeniu, że kształtowanie się stóp zwrotu akcji jest zdeterminowane czynnikiem, który odzwierciedla zmiany na rynku kapitałowym.

Podstawowe równanie tego modelu ma postać:

$$R = R_f + \beta(R_M - R_f),$$

gdzie:

$R$  – stopa zwrotu z instrumentu lub portfela,

$R_M$  – stopa zwrotu z indeksu rynku,

$R_f$  – stopa wolna od ryzyka (czyli stopą instrumentu wolnego od ryzyka).

W praktyce najczęściej jako stopę wolną od ryzyka przyjmuje się stopę rentowności bonów skarbowych lub stopę rynku międzybankowego (np. WIBOR) (Jajuga, Jajuga 2006: 224). Należy jednak pamiętać, że nawet papiery skarbowe nie są pozbawione ryzyka, więc mówiąc o stopie wolnej od ryzyka, trzeba mieć na myśli stopę, której towarzyszy najniższe możliwe ryzyko w danym czasie, spośród różnych klas aktywów finansowych.

W modelu *CAPM* kluczowe znaczenie posiada portfel rynkowy. Jest to portfel, który składa się ze wszystkich akcji i innych papierów wartościowych o dodatnim ryzyku występujących na rynku, przy czym udziały poszczególnych akcji w tym portfelu są równe udziałom tych akcji w rynku. Współczynnik *beta* w tym modelu jest traktowany jako miara ryzyka, która wskazuje, o ile jednostek w przybliżeniu wzrośnie stopa zwrotu z akcji (portfela), jeśli stopa zwrotu wskaźnika rynku wzrośnie o jednostkę (Jajuga, Jajuga 2006: 238). Inwestor podejmując decyzje o doborze walorów do portfela często sugeruje się właśnie wartością współczynnika *beta*, jako wartością premii za ryzyko zaangażowanego kapitału.

## 1.2. Trójczynnikiowy model wyceny aktywów kapitałowych

Oprócz analiz stóp zwrotu i współczynnika *beta*, wielu autorów rozważało również wpływ innych czynników na oczekiwane zwroty, ponieważ część z nieprawidłowych wskazań modelu wynikała z własności fundamentalnych spółek. Pokazano między innymi (Bhandari 1988), że wskaźniki takie jak: wartość księgowa/wartość rynkowa oraz wielkość spółki wpływają na wartość oczekiwanej stopy zwrotu z portfela akcji. Stąd też zaistniała potrzeba rozwinięcia *CAPM* do modelu wielowariantowego (Reilly, Brown 2001a: 434).

W swojej pracy Fama i French (1996) zbadali miesięczne stopy zwrotu amerykańskich spółek od 1963 do 1991 roku. W badaniach tych uwzględnili wszystkie spółki niebędące instytucjami finansowymi notowane na NYSE, AMEX oraz NASDAQ (od 1972 r.). Pierwszym kryterium podziału spółek była kapitalizacja. Fama i French podzielili spółki na grupy spółek powyżej i poniżej mediany wielkości, tworząc portfele spółek małych (S) oraz dużych (B). Kolejnym kryterium podziału była wielkość wskaźnika *BV/MV*, czyli ilorazu wartości księgowej do wartości rynkowej spółki. Wydzielali oni z badanej próby dwie grupy spółek: spółki o potencjale wzrostu oraz spółki o potencjale wartości. Te pierwsze to spółki o niskim wskaźniku *BV/MV* i w tej grupie wycena rynkowa znacznie przewyższa wartość bilansową. W przypadku takich spółek inwestorzy oczekują bardzo dobrych wyników i wzrostu majątku w przyszłości. Spółki o potencjale wartości charakteryzują się wysokim stosunkiem *BV/MV*, czyli w tym przypadku wycena rynkowa jest poniżej wartości bilansowej. Podział spółek według wskaźnika *BV/MV* odbył się według 30 i 70 percentyla: 30% spółek o najniższej wartości wskaźnika w populacji zaliczane były do grupy spółek o potencjale wzrostu i tworzyły portfel *Low* (L). 30% spółek o najwyższej wartości wskaźnika zaliczane były do grupy spółek o potencjale wartości i tworzyły portfel *High* (H), pozostałe 40% spółek trafiało do portfela *Medium* (M). Po dokonaniu powyższego podziału, autorzy skonstruowali sześć portfeli będących przekrojem zbiorów grup spółek małych i dużych

oraz o niskim i wysokim wskaźniku *BV/BM*: SL, SM, SH, BL, BM, BH. Utworzone według powyższej procedury portfele posłużyły do obliczenia wartości zmiennych w równaniu modelu nazwanego od nazwisk jego twórców modelem Famy i Frencha:

$$R_t = a + \beta(R_{Mt} - R_{ft}) + \gamma_{SMB}SMB_t + \delta_{HML}HML_t + \varepsilon_t$$

gdzie:

$R_t$  – wektor nadwyżkowych stóp zwrotu portfela w chwili  $t$ ,

$a, \beta, \gamma_{SMB}, \delta_{HML}$  – wektory nieznanych parametrów,

$\varepsilon_t$  – wektor zaburzeń losowych w chwili  $t$ .

Czynnik *HML* (*High minus Low*) oznacza nadwyżkę zwrotów spółek o wysokim wskaźniku wartości księgowej do rynkowej nad zwrotem spółek o niskiej wartości tego ilorazu. Czynnik *SMB* (*Small minus Big*) oznacza różnicę zwrotów małych spółek i spółek dużych. Wartość ładunku *SMB*, będącego premią za ryzyko związanego z wielkością spółki obliczano co miesiąc, jako różnicę średniej arytmetycznej zwrotów portfeli spółek małych (SL, SM, SH) nad średnią arytmetyczną zwrotów portfeli spółek dużych (BL, BM, BH). W analogiczny sposób obliczana jest wartość ładunku *HML*, będącego premią za ryzyko, które obrazowane jest wartością wskaźnika *BV/BM*.

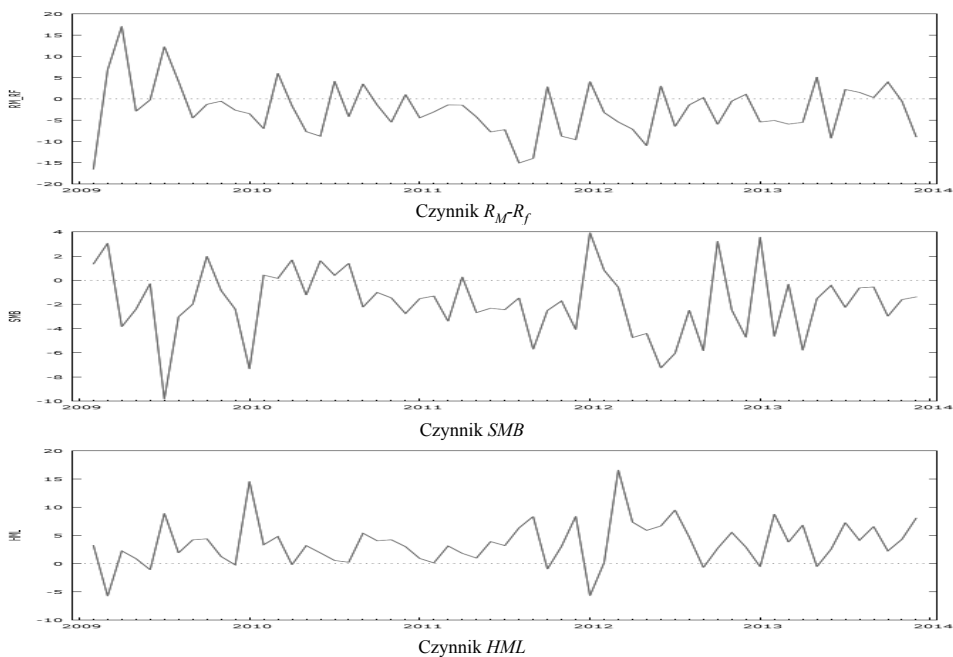
Zastosowanie przez Famę i Frencha równania trójczynnikowego na rynku amerykańskim pozwoliło wyjaśnić na poziomie modelu różnice stóp zwrotu, które w ramach *CAPM* stanowiły anomalie rynku kapitałowego. Wyniki badań Famy i Frencha potwierdziły przypuszczenie, że spółki o mniejszej kapitalizacji i wyższym stosunku wartości księgowej do rynkowej charakteryzują się przeciętnie wyższą stopą zwrotu.

### 1.3. Konstrukcja czynników Famy-Frencha – badania empiryczne

Do konstrukcji czynników Famy-Frencha posłużono się miesięcznymi danymi z okresu od lutego 2009 r. do grudnia 2013 r. Wszystkie dane fundamentalne oraz notowania dla spółek będących na Gieldzie Papierów Wartościowych w Warszawie zostały wzięte z Biuletynów Statystycznych GPW. W okresie badawczym dostępne były dane dla ponad 300 spółek na koniec lutego 2009 roku, do ponad 400 w końcu roku 2013. Konstrukcji czynników dokonano analogicznie jak w pracy Famy-Frencha (Fama, French 1996). W rezultacie, w każdym miesiącu otrzymano sześć rozłącznych portfeli: BH, BM, BL oraz SH, SM, SL. Różnica między stopą zwrotu z dużych portfeli (BL, BM, BH) a stopą zwrotu z małych portfeli (SL, SM, SH) była podstawą do utworzenia czynnika *SMB*. Natomiast różnica między stopą zwrotu z portfeli o wysokich wartościach wskaźnika *BV/MV* (BH, SH) oraz stopą zwrotu z portfeli o niskich wartościach wskaźnika *BV/MV* (BL, SL) posłużyła do utworzenia czynnika *HML*. Trzeci rozpatrywany czynnik to miesięczna nadwyżka stopy zwrotu z WIG-u (rozpatrywanego jako stopa z indeksu rynku) ponad stopę procentową wolną od ryzyka. Ponieważ od 2012 roku wstrzymano emisję bonów skarbowych, których rentowność była

najczęściej wskazywana jako stopa wolna od ryzyka, za stopę procentową wolną od ryzyka przyjęto stopę rynku międzybankowego WIBOR (por. Jajuga, Jajuga 2006: 224).

Kształtowanie się czynników w modelu Famy-Frencha od początku roku 2009 do końca roku 2013, zostało zobrazowane na rysunku 1.



Rysunek 1. Szeregi czasowe czynników Famy-Frencha (okres: luty 2009–grudzień 2013)

Źródło: opracowanie własne przy wykorzystaniu programu Gretl.

## 2. Badanie stabilności parametrów modelu

Zbudowany model ekonometryczny jest użyteczny do badania zależności pomiędzy zmiennymi objaśniającymi i zmienną objaśnianą w czasie, z których te zmienne pochodzą. Może on jednak posłużyć do prognozy zmiennej objaśnianej i stąd właśnie wynika konieczność weryfikacji jego stabilności (Maddala 2006), tzn. ważne jest, aby nie uległa zmianom jego postać analityczna i wartości parametrów strukturalnych, bądź też następujące zmiany byłyby na tyle powolne i na tyle regularne, że można by je z dostateczną dokładnością przewidzieć. Inwestor w budowie portfela inwestycyjnego w przyszłości może kierować się właśnie modelem ekonometrycznym i dokonywać wyboru instrumentów na podstawie oszacowanych parametrów. Ważne jest więc, aby relacje pomiędzy zmiennymi w modelu były stabilne. Mimo, że niestabilność postaci analitycznej modelu nie powoduje utraty

możliwości budowania prognoz, może jednak zakłócić wnioskowanie na temat ich dokładności.

W pracy opisano pięć z możliwych testów, które są jednymi z najczęściej stosowanych testów stabilności modeli ekonometrycznych, a dodatkowo dostępne są w programie Gretl.

### 2.1. Testy weryfikujące stabilność parametrów w modelu

**Test Chowa** jest jednym z najczęściej stosowanych testów weryfikujących hipotezę o występowaniu zmian strukturalnych w modelu. W przypadku szeregów czasowych jest on testem na istnienie punktu zwrotnego w analizowanym procesie (Kufel 2007: 110). Podstawą testu jest podział okresu badawczego na dwa podokresy. W ten sposób cała próba dzielona jest na dwie podpróby. Wówczas, oddzielnie dla dwóch podprób, estymuje się parametry modelu i weryfikuje hipotezę, że parametry w obu modelach są równe. Statystyka weryfikująca ma postać (Kufel 2007: 110):

$$F = \frac{(ESS_R - ESS_1 - ESS_2)/k}{(ESS_1 + ESS_2)(T - 2k)},$$

gdzie:

$ESS_R$  – suma kwadratów reszt regresji dla całej próby,

$ESS_1, ESS_2$  – sumy kwadratów reszt odpowiednio dla pierwszego i drugiego podokresu,

$k$  – liczba szacowanych parametrów.

Statystyka testowa ma rozkład  $F$ -Snedecora odpowiednio o  $k$  i  $(T - 2k)$  stopniach swobody. Dodatkowo stosowanie testu Chowa wymaga wskazania punktu zwrotnego w analizowanym okresie i spełnienia założeń o jednorodności wariancji składnika losowego modelu (Welfe 1995: 81–82).

**Test QLR** jest bardzo uniwersalnym testem weryfikującym stabilność parametrów w modelu, opartym na ilorazie wiarygodności Quandta. Pozwala on na sprawdzenie stabilności parametrów w warunkach, gdy nieznanym jest punkt zwrotny, ale przy założeniu, że ten punkt zwrotny będzie miał miejsce (Quandt 1992). Hipoteza zerowa dla tego testu mówi o braku zmian strukturalnych w modelu. Wartość punktu zwrotnego dla tej statystyki testowej wyznaczana jest z 70% śródkowych informacji (Stock, Watson 2003).

Twórcami **testu CUSUM** są Brown, Durbin i Evans. W ich pracy zakłada się, że model jest estymowany dla każdego okresu na podstawie wszystkich poprzednich okresów oraz jest postaci (Brown, Durbin, Ewans 1975: 149–192):

$$y_t = \beta_t x_t^T + \varepsilon_t \text{ dla } t = 1, 2, 3, \dots, T,$$

gdzie:

$y_t$  – wartość zmiennej objaśnianej w okresie  $t$ ,

$x_t$  – wektor wartości  $k$ -zmiennych objaśniających w okresie  $t$ ,

$\beta_t$  – wektor wartości szacowanych parametrów w okresie  $t$ .

Dodatkowo zakłada się, że  $\varepsilon_t$  jest składnikiem losowym mającym rozkład normalny ze średnią równą 0 i stałą wariancją  $\sigma^2$  dla wszystkich okresów  $t = 1, 2, 3, \dots, T$ .

W teście tym wyznacza się pary prostych leżących symetrycznie względem prostej  $E(W_t)$ , gdzie  $W_t$  jest wartością statystyki testowej<sup>1</sup>, dla których prawdopodobieństwo przekroczenia tych linii jest równe poziomowi istotności  $\alpha$ . Jeśli więc suma reszt rekursywnych przekracza którąś z wyznaczonych krytycznych linii, wówczas można wnioskować o istnieniu punktu zwrotnego w okresie badawczym i skutkuje to odrzuceniem hipotezy zerowej, mówiącej o stabilności parametrów w modelu.

**Test CUSUMSQ** (*Cumulated Sum of Squares Residuals*) jest uzupełnieniem testu *CUSUM*. Wyznaczany jest on dla kwadratów reszt i przydatny w sytuacjach, gdy niestabilność modelu nie jest systematyczna, ale ma charakter przypadkowy (Brown, Durbin, Evans 1975: 149–192).

**Test Harvey’a-Colliera** jest innym testem opartym na estymacji rekursywnej modelu dla prób od  $k + 1$  do  $T$ . W swojej pracy zaproponowali go A.C. Harvey oraz P. Collier (Harvey, Collier 1977: 103–119). Według tego testu model ekonometryczny jest stabilny, jeśli statystyka  $\bar{w}$  ma rozkład normalny o średniej równej zero i wariancji równej  $\frac{\sigma^2}{(T - k - 1)}$ , gdzie  $k$  jest liczbą zmiennych objaśniających, a  $\sigma^2$  jest stałą wariancją składnika losowego o rozkładzie normalnym ze średnią równa zero. Statystyka  $\bar{w}$  jest średnią  $w_t$  (dla  $t = k + 1, \dots, T$ ), gdzie  $w_t$  dane jest jak w teście *CUSUM*. Wartość statystyki testowej wyznacza się według formuły (Kufel 2007: 113):

$$t = \frac{\bar{w}}{s} \sqrt{(T - k - 1)},$$

gdzie  $s$  jest odchyleniem standardowym  $w_t$ . Ma ona  $(T - k - 1)$  stopnie swobody.

### 3. Wyniki badań empirycznych

Testowaniu stabilności parametrów w modelu Famy-Frencha poddano dwanaście portfeli testowych, które zostały skonstruowane według algorytmu zaproponowanego w pracy Czapkiewicz i Skalnej (Czapkiewicz, Skalna 2011: 61–80). Mianowicie, na początku każdego miesiąca wszystkie spółki były sortowane rosnąco względem wartości kapitalizacji na cztery grupy, tak aby w każdej grupie były spółki o zbliżonej wielkości. W kolejnym kroku w każdej podgrupie spółki podzielono na trzy części względem wskaźnika *BV/MV*. W ten sposób utworzonych zostało dwanaście portfeli o zbliżonym rozmiarze spółek oraz zbliżonych wartościach *BV/MV*. Na początku każdego miesiąca portfele te były przebudowywane według wskazanego algorytmu. Dzięki temu inwestor na bieżąco mógł korygować swoje decyzje względem inwestycji w wybraną grupę spółek.

<sup>1</sup> Ze względu na ograniczenia związane z objętością artykułu opis tworzenia statystyki testowej został pominięty.

W pierwszym kroku oszacowano czynniki ryzyka w modelu Famy i Frencha za pomocą KMNK. Wyniki estymacji i ocenę istotności parametrów modelu zamieszczono w tabeli 1.

W każdym z rozpatrywanych portfeli czynnik ryzyka systematycznego był istotny, jednak zauważalne jest również to, że nie ma prawidłowości w wartościach oszacowanych parametrów. Widoczne jest, że w grupie o wysokim wskaźniku  $BV/MV$  oraz stosunkowo wysokiej kapitalizacji (portfele *Big* oraz *P2*) dodatkowe współczynniki premii za ryzyko związane z modelem Famy i Frencha nie były statystycznie istotne. Dla tych portfeli dobrze opisującym algorytmem wyceny kapitału był klasyczny model *CAPM*. Podobną zależność można zauważyć w portfelu złożonym ze spółek o wysokiej kapitalizacji i średniej wartości ilorazu wartości księgowej do rynkowej. Wraz ze zmniejszaniem się wielkości kapitalizacji oraz wartości wskaźnika  $BV/MV$ , dodatkowe czynniki zaczynały mieć istotny wpływ na wielkość osiąganego zwrotu z portfeli. Zauważalne jest również to, że w ostatniej grupie portfeli (z niskim  $BV/BM$ ) przynajmniej jeden z dodatkowych czynników był istotny.

Wartości parametrów związane z czynnikiem *SMB* w każdej z rozpatrywanych grup rosły i były dodatnie. Jednak dla portfeli spółek z dużą wartością kapitalizacji każdorazowo były nieistotne. Można też zauważyć, że tylko w grupie spółek o potencjale wzrostu widoczna jest istotność parametrów związanych z czynnikiem *HML*. Dodatkowo, wartości tych parametrów maleją wraz ze zmniejszaniem się wielkości kapitalizacji portfeli. W klasie spółek o wysokim wskaźniku i niskiej kapitalizacji można dostrzec istotny wpływ czynnika *HML* na wartość osiąganego zysku jedynie w portfelu o najniższej kapitalizacji.

**Tabela 1**

Wartości parametrów w modelach testowych wraz z oceną ich istotności (*p-value*)

	$\beta$	p-value	$\gamma_{SMB}$	p-value	$\delta_{HML}$	p-value	R <sup>2</sup>
High							
Big	0,73631	<0,00001***	0,151243	0,35526	0,0524336	0,65737	0,718945
P2	0,937146	<0,00001***	0,339712	0,13806	0,152301	0,35595	0,672880
P3	0,918534	<0,00001***	1,27881	<0,00001***	0,307738	0,10640	0,628870
Small	1,06041	<0,00001***	1,48639	<0,00001***	0,620124	0,00145***	0,679079
Medium							
Big	0,869339	<0,00001***	0,065063	0,67956	-0,0766758	0,50235	0,804776
P2	1,09747	<0,00001***	0,533702	0,04176**	0,0268621	0,88542	0,701202
P3	0,969406	<0,00001***	0,719786	0,00103***	-0,168037	0,26897	0,765943
Small	0,90231	<0,00001***	0,890226	0,00049***	-0,180788	0,30375	0,695489
Low							
Big	0,973459	<0,00001***	0,114327	0,53950	-0,377206	0,00683***	0,812227
P2	1,18963	<0,00001***	0,475115	0,03901**	-0,491811	0,00383***	0,821715
P3	1,15533	<0,00001***	0,797886	0,00128***	-0,441349	0,01221**	0,804773
Small	0,902505	<0,00001***	1,32516	0,00002***	-0,409435	0,05316*	0,693454

\*\*\* – istotność na poziomie 0,01; \*\* – istotność na poziomie 0,05; \* – istotność na poziomie 0,10.

Źródło: opracowanie własne (z użyciem pakietu Gretl).



Aby jednak dobrze przeanalizować wpływ czynników ryzyka na osiągnięty zysk, należy z otrzymanych modeli wyeliminować zmienne nieistotne, ponieważ zaburzają one postać modelu (Gajda 2004) oraz ponownie dokonać estymacji parametrów modelu. Po sekwencyjnej eliminacji nieistotnych procesów otrzymano wyniki zamieszczone w tabeli 2.

**Tabela 2**

Wartości parametrów w modelach testowych (bez nieistotnych zmiennych) wraz z oceną ich istotności (*p-value*)

	$\beta$	p-value	$\gamma_{SMB}$	p-value	$\delta_{HML}$	p-value	R <sup>2</sup>
High							
Big	0,720258	<0,00001***	–	–	–	–	0,724427
P2	0,895119	<0,00001***	–	–	–	–	0,671351
P3	0,8536	<0,00001***	1,02517	<0,00001***	–	–	0,617640
Small	1,06041	<0,00001***	1,48639	<0,00001***	0,620124	0,00145***	0,679079
Medium							
Big	0,879595	<0,00001***	–	–	–	–	0,806496
P2	1,0918	<0,00001***	0,511562	0,01486**	–	–	0,706426
P3	1,00486	<0,00001***	0,858283	<0,00001***	–	–	0,764911
Small	0,940457	<0,00001***	1,03923	<0,00001***	–	–	0,695067
Low							
Big	0,959621	<0,00001***	–	–	–0,426701	0,00020***	0,814302
P2	1,18963	<0,00001***	0,475115	0,03901**	–0,491811	0,00383***	0,821715
P3	1,15533	<0,00001***	0,797886	0,00128***	–0,441349	0,01221**	0,804773
Small	0,902505	<0,00001***	1,32516	0,00002***	–0,409435	0,05316*	0,693454

\*\*\* – istotność na poziomie 0,01; \*\* – istotność na poziomie 0,05; \* – istotność na poziomie 0,10.

Źródło: opracowanie własne (z użyciem pakietu Gretl).

Wyniki ponownej estymacji nie uległy większym zmianom. W grupie portfeli o wysokim wskaźniku *BV/BM* zmniejszyła się wartość parametru *beta*, odpowiadającego za ryzyko związane z nadwyżkową stopą zwrotu ze wskaźnika rynku ponad stopę wolną od ryzyka. W grupie o średniej wartości tego wskaźnika, wartość parametru *beta* wzrosła. Tendencja wzrostowa wartości parametrów związanych z czynnikiem *SMB* w każdej z rozpatrywanych grup portfeli utrzymała się. Dodatkowo, czynniki ryzyka dla tych portfeli, dla których były one istotne, były dodatnie.

Zanim zweryfikowana zostanie stabilność uzyskanych parametrów, wszystkie otrzymane modele powinny być poddane weryfikacji spełnienia założeń MNK-estymatora. (Gajda 2004: 38–40). Każdy z otrzymanych modeli sprawdzono pod względem tych założeń. Klasyczny test dotyczący średniej z próby dla wszystkich portfeli przyjął hipotezę zerową o średniej wartości zakłóceń równej zero. Test Breuschy-Pagana na heteroskedastyczność reszt wykazał, że jedynie dla portfela (*BL*) nie występuje homoskedastyczność wariancji zakłóceń. Dla tego modelu ponownie estymowano parametry uogólnioną metodą najmniejszych kwadratów przy założeniu heteroskedastyczności (*HCCM*). Oszacowanie

ocen parametrów otrzymane metodą HCCM nie odbiegają od oszacowań KMNK, jedynie błędy ocen tych parametrów są inne. Dla portfela (*P3M*) test Breuscha-Pagana przyjął hipotezę zerową o braku heteroskedastyczności na poziomie istotności 0,01. Test autokorelacji Breuscha-Gotfrefya oraz badanie funkcji autokorelacji cząstkowej (PACF) dla procesu reszutowego wykazał, że w otrzymanych modelach nie występuje autokorelacja reszt. Jedynie w modelu (*P2L*) występuje słaba autokorelacja I rzędu<sup>2</sup>.

**Tabela 3**

Wartości statystyk oraz *p-value* dla testów stabilności modeli

	Test QLR		Test Harvey'a -Colliera	
	$\chi^2$	p-value	t	p-value
<i>High</i>				
Big	9,60821	0,113602	0,452221	0,652857
P2	9,46973	0,119951	-0,540399	0,591065
P3	11,5574	0,125221	-0,402022	0,643156
Small	8,09128	0,602648	-1,33256	0,188273
<i>Medium</i>				
Big	9,55944	0,115802	-1,31856	0,192685
P2	23,0175	0,000958578	-1,76069	0,0838495
P3	8,51999	0,348335	-0,158269	0,874824
Small	13,5749	0,0580535	-1,79787	0,0776875
<i>Low</i>				
Big	20,6079	0,00288678	-2,78059	0,00741501
P2	13,8887	0,117619	-0,322862	0,748047
P3	20,5752	0,00942117	-2,44453	0,0177987
Small	30,5189	2,68227e-005	-2,43118	0,0183362

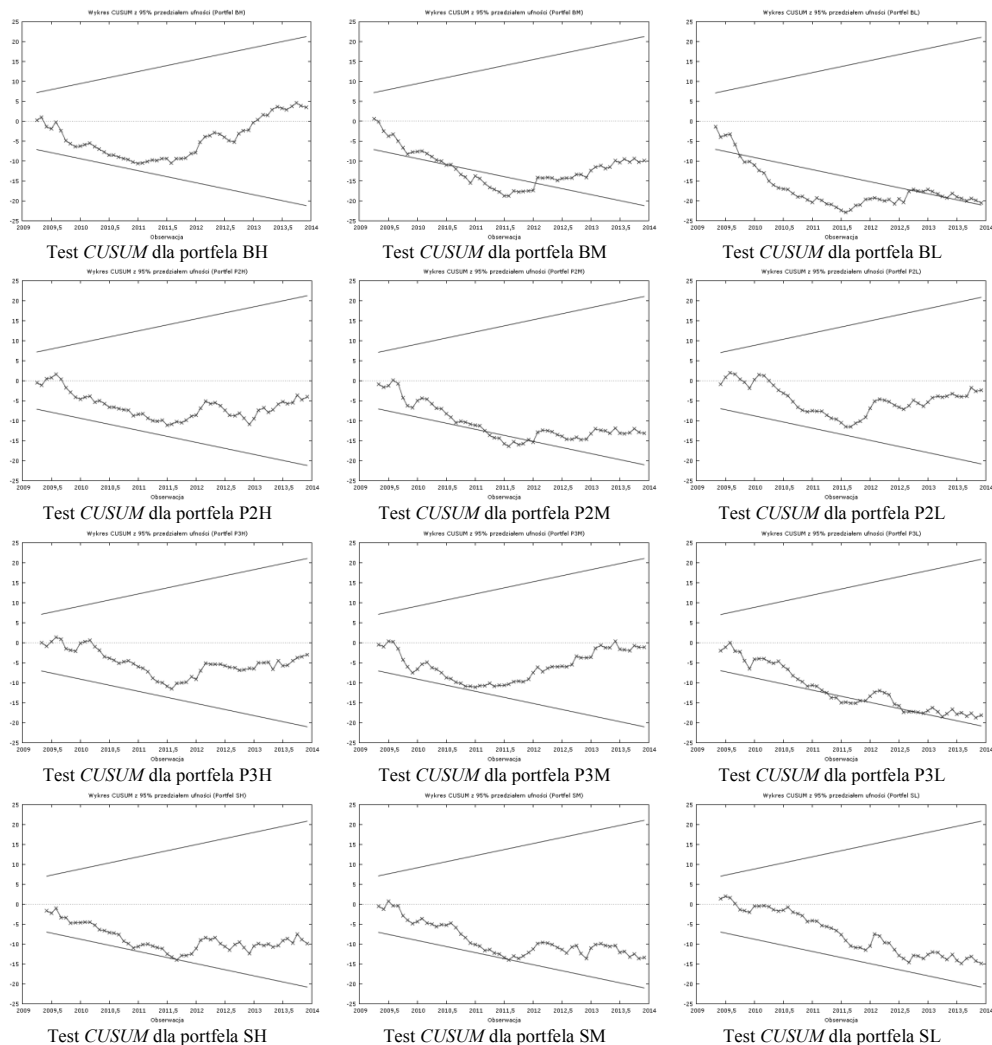
Źródło: opracowanie własne (z użyciem pakietu Gretl).

Kolejnym krokiem była więc ocena stabilności parametrów w modelu. Na jej podstawie, jeśli inwestor zdecyduje się na wybór portfela konstruowanego metodą czynników Famy-Frencha, będzie można wnioskować o premii za ryzyko związanej z inwestycją w dane instrumenty.

Test Chowa był jedynym testem, w którym należało podać punkt zwrotny procesu. Ponieważ nie był znany punkt załamania procesu i na podstawie szeregu czasowego stóp zwrotu z portfeli nie można było wnioskować o jego istnieniu, w pracy nie uwzględniono tego testu stabilności. Wyniki testów *QLR* oraz Harvey'a-Colliera zostały zamieszczone w tabeli 3. W teście *QLR* hipoteza zerowa mówi o braku zmian strukturalnych modelu. Test Harvey'a-Colliera natomiast w hipotezie zerowej zakłada, że parametry w modelu są stabilne.

<sup>2</sup> Ze względu na ograniczony rozmiar artykułu, wyniki poszczególnych testów nie zostały zaprezentowane w pracy.

Wyniki testów *CUSUM* i *CUSUMSQ* zamieszczono na rysunkach 2 i 3.



**Rysunek 2.** Test *CUSUM* dla portfeli testowych z 95% przedziałem ufności

Źródło: opracowanie własne (z użyciem pakietu Gretl).



**Rysunek 3.** Test *CUSUMQ* dla portfeli testowych z 95% przedziałem ufności

Źródło: opracowanie własne (z użyciem pakietu Gretl).

Weryfikacja stabilności dla wszystkich portfeli testowych na poziomie istotności  $\alpha = 0,05$  została zamieszczona w tabeli 4.

Zauważalne jest to, że największa stabilność modeli występuje w grupie portfeli o wysokim wskaźniku *BV/BM*. Wszystkie testy, zarówno te, które mówiły o braku zmian strukturalnych modelu jak i o stabilności parametrów w utworzonych modelach, nie dały podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej. Oznacza to, że inwestor może opierać się w swoich decyzjach inwestycyjnych w tej grupie spółek na czynnikach ryzyka Famy i Frencha. Pamiętać

jednak należy, że to właśnie w tej grupie czynniki związane ze zmiennymi *SMB* oraz *HML* były w większości przypadków nieistotne oraz dla prawie wszystkich tych portfeli parametr odpowiadający za ryzyko systematyczne był poniżej wartości 1, co dla potencjalnego inwestora oznacza inwestycje w akcje mniej zyskowe.

O grupie portfeli charakteryzujących się średnią wartością współczynnika *BV/BM* również można powiedzieć, że są stabilne pod względem czynników ryzyka. Globalna ocena stabilności wykonana za pomocą testu Harvey'a-Colliera wskazuje, że parametry wszystkich tych modeli są stabilne, mimo, że testy *CUSUM* oraz *CUSUMSQ* mogłyby wskazywać na ich niestabilność. Jednak zauważalne jest, że niestabilność parametrów dla tych portfeli występowała tylko w krótkim okresie.

Ostatnią grupą portfeli była grupa przynosząca największy zysk (na co wskazuje parametr *beta* portfela). W tej grupie najbardziej stabilny pod względem parametrów był portfel P2S. Dla niego globalna ocena stabilności wykonana testem Harvey'a-Colliera była pozytywna. Wyniki testów dla pozostałych portfeli oznaczały ich niestabilność.

**Tabela 4**

Stabilność modeli dla portfeli tworzonych metodą czynników Famy-Frencha

	Test QLR	Test Harvey'a-Colliera	Test CUSUM	Test CUSUMSQ
High				
BIG	+	+	+	+
P2	+	+	+	+
P3	+	+	+	+
Small	+	+	+	+
Medium				
BIG	+	+	-	+
P2	-	+	-	-
P3	+	+	+	+
Small	+	+	+	+
Low				
BIG	+	-	-	-
P2	+	+	+	+
P3	-	-	-	-
Small	-	-	+	+

(+) brak podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej – model jest stabilny; (-) przyjęcie hipotezy alternatywnej – niestabilność modelu.

Źródło: opracowanie własne (z użyciem pakietu Gretl).

## Uwagi końcowe

Wybrane metody oceny stabilności parametrów modelu Famy-Frencha dla portfeli spółek na GPW w Warszawie w okresie luty 2009–grudzień 2013 roku pokazały, że zwrot z inwestowania w portfele o wysokim lub średnim wskaźniku *BV/BM* można oprzeć na czynnikach

ryzyka związanych ze zmiennymi w modelu Famy i Frencha. Wyniki testów dla tych grup portfeli nie dały podstaw do odrzucenia hipotezy o występowaniu niestabilności parametrów. Testy stabilności dla grupy spółek o potencjale wzrostu mimo, że parametry związane z czynnikiem *SMB* i *HML* były dla nich istotne, wykazały ich niestabilność. Wobec czego inwestor tworząc portfele i uwzględniając czynniki objaśniające *SMB* oraz *HML* nie powinien kierować się uzyskanymi wynikami w celu prognozy przyszłego zwrotu z inwestycji.

## Literatura

- Baesel J.B. (1974), *On the Assessment of Risk: Some Further Considerations*, „Journal of Finance”, no. 5.
- Bhandari L.Ch. (1988), *Debt/Equity Ratio and Expected Common Stock Returns: Empirical Evidence*, „Journal of Finance”, no. 2.
- Brown R.L., Durbin J., Evans M. (1975), *Techniques for Testing the Constancy of Regression Relationships over Time*, „Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)”, vol. 37, no. 2, s. 149-192.
- Czapkiewicz A., Skalna I. (2010), *The CAMP and Fama-French Models in Warsaw Stock Exchange*, „Przegląd Statystyczny” 57 (4), 128–141.
- Czapkiewicz A., Skalna I. (2011), *Użyteczność stosowania modelu Famy i Frencha w okresach hossy i bessy na rynku akcji GPW w Warszawie*, „Bank i Kredyt” 42 (3), s. 61–80.
- Fama E.F., French K.R. (1992), *The Cross Section of Expected Stock Returns*, „Journal of Finance”, no. 2.
- Fama E.F., French K.R. (1996), *Multifactor Explanations of Asset Pricing Anomalies*, „Journal of Finance”, 51 (1), s. 55–84.
- Fielitz B. (1974), *Indirect versus Direct Diversification*, „Financial Management”, no. 4.
- Gajda J.B. (2004), *Ekometria. Wykład i łatwe obliczenia w programie komputerowym*, Wydawnictwo C.H. Beck, Warszawa.
- Green W.H. (2003), *Econometric analysis*, wyd. 5, Prentice Hall, New Jersey.
- Harvey A.C., Collier P. (1977), *Testing for functional misspecification in regression analysis*, „Journal of Econometrics”.
- Jajuga K., Jajuga T. (2006), *Inwestycje. Instrumenty finansowe, aktywa niefinansowe, ryzyko finansowe, inżynieria finansowa*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2006.
- Kowerski M. (2008), Trójczynnikowy model Famy i Frencha dla Giełdy Papierów Wartościowych w Warszawie, „Przegląd Statystyczny”, nr 55 (4).
- Kufel T. (2007), *Ekometria. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem programu Gretl*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Levy R.A. (1979), *On the Short-Term Stationary of Beta Coefficients*, „Financial Analysts Journal”, no. 3.
- Maddala G. (2006), *Ekometria*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Porter R.B., Ezzel J.R. (1975), *A Note on the Predictive Ability of Beta Coefficients*, „Journal of Business Research” no. 4.
- Quandt R.E. (1992), *The collected essays of Richard E. Quandt*, Vol. I, Edward Elgar Publishing Limited, Dunfermline.
- Reilly F.K., Brown K.C. (2001a), *Analiza inwestycji i zarządzanie portfelem tom I*, PWE, Warszawa.
- Reilly F.K., Brown K.C. (2001b), *Analiza inwestycji i zarządzanie portfelem tom II*, PWE, Warszawa.
- Stock J.H., Watson, M.W. (2003), *Has the Business Cycle Changed and Why?*, NBER Chapters, in: NBER „Macroeconomics Annual” 2002, vol. 17, National Bureau of Economic Research, Inc., s. 159–230.
- Welfe A. (1995), *Ekometria. Metody i zastosowania*, PWE, Warszawa 1995.

## STABILITY OF RISK FACTORS IN FAMA-FRENCH PRICING OF CAPITAL MODEL ON WARSAW STOCK EXCHANGE

**Abstract: Purpose** – In a three-factor Fama and French model, in addition to the classical factor of systematic risk, represented by the instrument *beta* parameter or portfolio, there are additional factors, whose task is, among others, the explanation of abnormal indications of *CAMP* model, resulting from the fundamental properties of the companies. The application of this model to the portfolio gives the investor a set of risk factors, on the basis of which the investor can choose the portfolio of instruments and estimate the possible expected return on investment. Therefore, it is important that this set remained stable. The aim of the study is to assess the Fama-French stability factor on the Warsaw Stock Exchange in the period from February 2009 to December 2013

**Design/methodology/approach** – This evaluation was conducted using the tests assessing structural changes in portfolios and stability of their parameters, examining 12 test portfolios, characterised by a different company value capitalization (from large to small companies) and different values of the BV/BM balance factor (from high to low values)

**Findings** – The study shows that the return on investment in portfolios of high or medium rate of BV/BM can be based on risk factors associated with the variables in Fama and French models. The stability tests for a group of companies with potential growth showed their instability in spite of the fact that the parameters associated with the SMB and HML factors were important to them.

**Originality/value** – Work is based on current stock data. Does not have many work in Polish market in literature devoted to object Fama-French factors.

**Keywords:** tests of stability, the risk factors, Fama-French model

## Cytowanie

Mościbrodzka M. (2014), *Stabilność czynników ryzyka w modelu Fama-Frencha wyceny kapitału na GPW w Warszawie*, Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego nr 803, „Finanse, Rynki Finansowe, Ubezpieczenia” nr 66, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego, Szczecin, s. 145–159; [www.wneiz.pl/frfu](http://www.wneiz.pl/frfu).

