

## Porównanie metod kalkulacji współczynnika beta dla modelu CAPM

Krzysztof Janas\*

**Streszczenie:** *Cel* – Celem niniejszego artykułu jest ustalenie sposobu kalkulacji współczynnika beta według modelu CAPM pozwalającego na dobre oszacowanie poziomu ryzyka związanego z określoną inwestycją. Przedmiotem badania, w szczególności, jest wybór metody wyznaczania stopy zwrotu, częstotliwości jej obliczania oraz określenie długości szeregów czasowych uwzględnianych w analizie.

*Metodologia badania* – Krytyczny przegląd literatury oraz metody ilościowe w oparciu o badania obejmujące całą populację.

*Wynik oraz wartość* – W wyniku przeprowadzonego badania udaje się uzupełnić lukę w literaturze teorii wycen w zakresie metod kalkulacji współczynnika beta. Odrzucona zostaje hipoteza, że sposób zdefiniowania stopy zwrotu wpływa na ostateczny poziom oszacowania współczynnika ryzyka systematycznego. Na podstawie otrzymanych rezultatów proponuje się metodę kalkulacji bety obarczoną mniejszym ryzykiem popełnienia błędu II rodzaju. Ponadto, potwierdza się zależność, że dla zachowania dobrego oszacowania poziomu beta wraz ze wzrostem liczby obserwacji należy zmniejszać częstotliwość wyznaczania stóp zwrotu.

**Słowa kluczowe:** współczynnik beta, współczynnik ryzyka systematycznego, koszt kapitału własnego, model CAPM

### Wprowadzenie

Potrzeba określenia wartości firmy jest niemal codziennością dzisiejszego życia gospodarczego (Zadora 2010: 24–26). Wycenę przedsiębiorstw dokonuje się dla celów transakcji kupna i sprzedaży, prywatyzacji, nowych emisji, fuzji i przejęć oraz podziałów.

W zależności od przedmiotu wyceny i jej celu, współczesna literatura z zakresu wycen oraz praktyka ich wykonywania (Jajuga 2011 s. 335–371) pozwalają na stosowanie wielu różnorodnych metod. Najczęściej zalecanym podejściem zarówno w opinii praktyków, jak i teoretyków z obszaru wycen, jest metoda zdyskontowanych przepływów pieniężnych (Zarzecki 2008: 105). Model ten jest możliwy do zastosowania zarówno do wyceny przedsiębiorstw na początkowym etapie rozwoju, w pełni ukształtowanych spółek, jak i przedsiębiorstw z problemami finansowymi. Kluczowym elementem w możliwości implementacyjnej tej metody jest ustalenie stóp dyskontowych w poszczególnych latach (Panfil 2009: 17–22), służących do obliczenia aktualnej wartości projektowanych przepływów finansowych wycenianego przedsiębiorstwa. Stopy te określa się terminem kosztu kapitału

---

\* mgr Krzysztof Janas, e-mail: krzysztof.janas@gmail.com.

i rozumie się jako oczekiwaną stopę zwrotu za zaangażowanie kapitału (Duliniec 2001: 13). Konieczność dokonywania wycen przedsiębiorstw w praktyce gospodarczej, w połączeniu z korzyściami wynikającymi z zastosowania metod dochodowych powodują, że oszacowanie kosztu kapitału jest niezbędne praktycznie w każdej sytuacji. Metody estymacji kosztu kapitału własnego (Byrka-Kita 2008: 29) można podzielić na jakościowe (technika składania) i analityczne (metody oparte na średnich historycznych, bieżących obserwacjach oraz ekonometryczne). W literaturze z obszaru finansów oraz teorii wycen przedsiębiorstw najczęściej prezentowane są: model wyceny aktywów kapitałowych (CAPM) oraz jego modyfikacje, model arbitrażu cenowego (APM), model stopy dywidendy (DGM) oraz technika składania (*bullet-up approach*). W praktyce, jak pokazują badania, do wyznaczania premii za zaangażowanie kapitału własnego na ogół stosowany jest model wyceny dóbr kapitałowych (CAPM – *Capital Asset Pricing Model*)<sup>1</sup>. Według analizy przeprowadzonej przez Brunera i innych (1998: 13–28) rozwiązanie to jest stosowane przez 81% ankietowanych dyrektorów finansowych oraz 80% doradców finansowych. Model ten został zidentyfikowany jako najczęściej wykorzystywany (85% respondentów) również w badaniu przeprowadzonym przez Al-Aliego i Arkwrighta (2000: 303–319) na grupie 450 największych pod względem wolumenu obrotu brytyjskich przedsiębiorstw. W podejściu tym podejmuje się próbę wyjaśnienia zasady wyceny aktywów kapitałowych w kontekście ich ryzyka (Haugen 1996: 217–243). Ze względu na to, że w rzeczywistości założenia tego modelu nie są spełnione, problem jego praktycznego zastosowania jest szeroko dyskutowany. Prezentowane wyniki badań empirycznych potwierdzały możliwość zastosowania modelu CAPM (np. Fletcher 2000: 235 – 245), jak i go odrzucały (Byrka-Kita 2004: 175–189). Wartość estymatora kosztu kapitału własnego według modelu CAPM zależy nie tylko od założeń modelowych, np. wybranej postaci instrumentu wolnego od ryzyka (Damodaran 2012), ale także przyjętych metod obliczeniowych. Zróżnicowanie wyników oszacowań kosztu kapitału własnego dla wybranej firmy może być spowodowana między innymi: stosowaną metodą estymacji, sposobem zdefiniowania stóp zwrotu i indeksu rynku, częstotliwością ich wyznaczania, ale także długością szeregów czasowych obserwacji. W zależności od podejścia, w poszczególnych analizach jego wartość jest szacowana dla stóp zwrotu wyznaczanych w oparciu o notowania międzydienne, dzienne, tygodniowe, miesięczne, a także niestandardową częstotliwością, w horyzoncie od kilku miesięcy do ponad dziesięciu lat, za pomocą KMNK, ale także przy użyciu modeli ARCH, GARCH, MGRACH, filtra Kalmana itp., których wyniki są jeszcze czasami dodatkowo poddawane korekcie<sup>2</sup>. Kluczowe, w celu znalezienia estymatora kosztu kapitału własnego w klasycznym podejściu CAPM, jest wyznaczenie współczynnika ryzyka systematycznego beta. W niniejszym artykule, w oparciu o definicję współczynnika beta, przeanalizowany będzie wpływ założeń kalkulacyjnych na jego wartość wyznaczaną

<sup>1</sup> Model wyceny dóbr kapitałowych CAPM opracowali równocześnie i niezależnie od siebie trzej badacze: J. Lintner (1965), J. Mossin (1966) oraz W. Sharpe (1964).

<sup>2</sup> Np. Blume'a, Vasiceka lub Dimsona, por. Bradfield (1990: 22–25) na przykładzie Johannesburg Securities Exchange (JSE).

według klasycznej metody najmniejszych kwadratów. W oparciu o otrzymane wyniki zostanie zaproponowana procedura jego estymacji dla polskiego rynku kapitałowego.

## 1. Weryfikacja wartości beta według definicji

Badania nad możliwościami i prawidłowością zastosowania CAPM dla walorów notowanych na GPW oraz metodami estymacji poszczególnych parametrów modelu, były prowadzone przez wielu naukowców. Wśród prac z zakresu metod kalkulacji współczynnika beta dotyczących polskiego rynku kapitałowego analizy prowadzone były przede wszystkim w zakresie: stabilności współczynnika ryzyka systematycznego, zmienności parametru  $\beta$  w zależności od horyzontu inwestycji oraz częstotliwości wyznaczania stóp zwrotu. Przykładowo, dla jednowskaźnikowego modelu Kuziak (1999) weryfikuje hipotezę o stabilności beta za pomocą testu Chowa. W przypadku sześciu z jedenastu badanych spółek otrzymane rezultaty potwierdzały testowaną hipotezę, że model Sharpe'a poprawnie opisuje kształtowanie się ryzyka w całym okresie, który obejmuje próba. Ze względu jednak na niewielką próbę badawczą oraz otrzymywanie różnych wartości testu Chowa dla poszczególnych spółek, nie można na podstawie tych wyników wnioskować o stabilności współczynnika  $\beta$  na polskim rynku kapitałowym. Z kolei Osińska i Stempińska (2003) analizowały w swojej pracy zmienność parametru  $\beta$  w modelu jednowskaźnikowym wraz ze zmianą horyzontu inwestycji, dla różnej częstotliwości pomiaru stóp zwrotu (metodą rekursywną, gdzie każda kolejna próba zawierała wszystkie poprzednie oraz w ruchomych próbkach o długościach odpowiednio 20, 30, 40, 50 i 60 miesięcy). Otrzymane wyniki nie pozwoliły jednak w sposób jednoznaczny ani na potwierdzenie, ani na odrzucenie hipotezy o prawidłowości zastosowania modelu Sharpe'a do szacowania współczynnika ryzyka systematycznego na polskim rynku kapitałowym. Tarczyński i inni (2013: 77) na podstawie przeprowadzonych badań rekomendują wykorzystywanie okresu dziesięciu ostatnich dziennych notowań wraz z bieżącą ceną zamknięcia danego waloru, jako metodę pozwalającą na otrzymanie dobrej oceny współczynnika beta.

Obliczenie wartości współczynnika ryzyka systematycznego według KMNK wymaga ponadto przyjęcia założenia o horyzoncie inwestycji i częstotliwości wyznaczania stopy zwrotu oraz ustalenia metody jej wyznaczania. W niniejszym artykule zostanie podjęta próba udzielenia odpowiedzi na te pytania, proponując w oparciu o otrzymane wyniki procedurę kalkulacji beta.

Współczynnik beta z definicji określa (Zarzecki 2008: 106) nadwyżkę ryzyka niezdywersyfikowanego związanego z nabyciem akcji danej spółki w stosunku do ryzyka inwestycji w portfel rynkowy. Poziom ten powinien zmieniać się w zależności od sytuacji finansowo-ekonomicznej wybranej firmy. Połączenie ryzyka niezdywersyfikowanego związanego z nabyciem walorów spółki z jej wynikami finansowymi zostało uwzględnione między innymi już przez Famę i Frencha (1993), którzy wprowadzili wybrane wskaźniki finansowe do modelu wieloczynnikowego, objaśniającego zmienność współczynnika beta. Im gorsza

jest zatem sytuacja finansowa wycenianej spółki, tym wyższą wartość powinna przyjmować  $\beta$ . W szczególności dla przedsiębiorstw, które objęte są postępowaniem upadłościowym lub likwidacyjnym, wartość tego parametru powinna przekroczyć poziom neutralny, tj. wartość 1. Wobec powyższego, za najlepsze podejście kalkulacyjne dla współczynnika beta należałoby przyjąć rozwiązanie, przy którego zastosowaniu otrzymuje się największą liczbę współczynników beta wyższych od jedności wśród grupy przedsiębiorstw publicznych znajdujących się w upadłości bądź likwidacji. Dla polskiego rynku kapitałowego w okresie od stycznia 2001 do października 2014 w skład tej kategorii firm wchodziło 58 przedsiębiorstw.

**Tabela 1**

Przedsiębiorstwa publiczne objęte upadłością lub likwidacją

Lp.	Data ostatniego notowania/ ogłoszenia upadłości	Pełna nazwa spółki	Nr KRS
1	2	3	4
1.	29.07.2014	Ampli SA	0000054838
2.	21.05.2014	Dom Maklerski IDM SA	0000004483
3.	14.04.2014	Euroimplant SA	0000293364
4.	10.03.2014	PBO Anioła SA	0000316682
5.	30.07.2013	Budopal Wrocław SA	0000093832
6.	29.06.2013	Fota SA	0000047702
7.	1.04.2013	OrcoPropertyGroup SA (spółki zależne)	B 44996
8.	18.01.2013	Energomontaż-Południe SA	0000080906
9.	8.01.2013	Wilbo SA	0000064401
10.	3.01.2013	Internet Group SA (W Investments SA)	0000309888
11.	27.07.2012	ABM Solid SA	0000054847
12.	5.07.2012	SkyEurope Holding AG	0000208594
13.	5.12.2012	Alterco SA	0000145478
14.	18.07.2012	Anit SA (obecnie, po odrzuceniu wniosku o upadłość, Greeneco SA)	0000312421
15.	13.06.2012	PBG SA	0000184508
16.	30.04.2012	Intakus SA	0000292030
17.	17.04.2012	Dolnośląskie Surowce Skalne SA	0000326977
18.	18.11.2011	Drewex SA	0000276811
19.	14.10.2011	Advadis SA	0000047106
20.	20.01.2010	Grupa Kolastyna SA (obecnie Miraculum SA)	0000097392
21.	10.08.2009	Monnari Trade SA	0000184276
22.	29.05.2009	Polski Koncern Mięśny DUDA SA	0000094093
23.	28.05.2009	Pronox Technology SA (REGNON SA )	0000270350
24.	17.02.2009	Sphinks Polska SA	0000016481
25.	28.03.2013	Hydrobudowa Polska SA	0000017342
26.	26.07.2013	Euromark Polska SA	0000246133
27.	14.08.2013	Polskie Jadło SA	0000412120
28.	27.09.2013	Bomi SA	0000088823
29.	24.10.2012	Jago SA	6770011787

1	2	3	4
30.	14.01.2011	Swarzędz Meble SA	0000014461
31.	14.01.2011	Zakłady Lniarskie Orzeł SA	0000078120
32.	11.03.2011	Techmex SA	0000041568
33.	16.05.2011	Huta Szkła Gospodarczego IRENA SA	0000124863
34.	14.10.2011	POLREST SA	0000138155
35.	5.02.2010	Zakłady Naprawcze Taboru Kolejowego w Łapach SA	0000063829
36.	30.10.2009	Krośnieńskie Huty Szkła Krosno SA	0000010660
37.	18.01.2008	Elektrim SA	0000039329
38.	20.06.2008	Toora Poland SA	0000237392
39.	27.06.2008	Łda Invest SA	0000107376
40.	14.12.2007	Przedsiębiorstwo Produkcyjno-Handlowe Elektromontaż-Export SA	0000054286
41.	15.03.2005	Zakłady Mięsne POZMEAT w Poznaniu SA	0000085315
42.	24.06.2005	Poznańska Korporacja Budowlana PEKABEX SA	0000109717
43.	29.07.2005	Tonsil SA	0000021598
44.	2.12.2005	Bick SA	0000026562
45.	21.10.2005	Wielkopolskie Fabryki Mebli SA	0000045115
46.	22.10.2004	Howell SA	0000007747
47.	21.02.2003	Pażur SA	0000039378
48.	20.03.2003	Grupa Kapitałowa INWEST SA	0000008487
49.	20.03.2003	Apexim SA	0000041849
50.	20.03.2003	Ocean Company SA	0000065140
51.	2.05.2003	Szczecińskie Przedsiębiorstwo Budownictwa Przemysłowego ESPEBEPE-HOLDING SA	0000028877
52.	28.08.2003	PIA Piasecki SA	0000007779
53.	11.09.2003	MOSTOSTAL Gdańsk SA	0000011959
54.	22.12.2003	Lubelskie Towarzystwo Leasingowe SA	0000053204
55.	19.04.2002	Łukowskie Zakłady Przemysłu Skórzanego ŁUKBUT SA	0000036025
56.	27.09.2002	Beton Stal SA	0000161589
57.	27.09.2002	Leta SA	0000030655
58.	21.11.2001	Stgroup SA	0000069112

Źródło: opracowanie własne na podstawie roczników giełdowych 2001–2013.

W związku ze złożeniem przez spółki wymienione w tabeli 1 wniosków o rozpoczęcie postępowania upadłościowego lub likwidacyjnego, potencjalny nabywca ich walorów tuż przed rozpoczęciem tego postępowania jest narażony na istotne ryzyko poniesienia straty. Fakt rozpoczęcia przez poszczególne przedsiębiorstwa procedury upadłościowej oznacza, że nie miały one możliwości regulowania swoich zobowiązań o znacznej wielkości w terminie wymagalności oraz że nie mają perspektyw ich uregulowania w przyszłości. Maksymalna długość szeregu czasowego dla poszczególnej spółki obejmuje zatem okres od dnia debiutu do dnia zawiadomienia o upadłości lub zawieszenia obrotu akcjami. W konsekwencji szeregi czasowe dla poszczególnych przedsiębiorstw są różnej długości. W badaniu wyznacza się wartość beta dla każdej spółki w oparciu o notowania od dnia upadłości, rozszerzając

próbę aż do dnia debiutu. Z maksymalną liczbą obserwacji (notowań dziennych) wynoszącą 4532, mamy do czynienia dla spółki Huta Szkła Gospodarczego IRENA SA, z minimalną – 162 – dla Elektrim SA. Średnia liczba obserwacji dla badanych spółek wynosi 1 780,14, natomiast mediana 1516. W przeprowadzanej analizie zakłada się, że brak transakcji na danym walorze oznacza, iż jego wartość nie ulega zmianie. Obserwacje takie włącza się do szeregów czasowych. Ceny akcji ustala się według kursu zamknięcia danego waloru. Takie rozwiązanie jest uzasadnione na mocy założenia o efektywności rynku. Cena danego waloru uwzględnia wówczas wszystkie zdarzenia, które wystąpiły do chwili jej ustalenia.

## 2. Procedura kalkulacji współczynnika beta

W klasycznym modelu CAPM współczynnik ryzyka systematycznego oblicza się jako iloraz kowariancji stóp zwrotu danego instrumentu finansowego i portfela rynkowego względem wariancji stopy zwrotu ze wszystkich aktywów rynkowych (Szablewski, Tuzimek 2008: 164). Za portfel rynkowy określający stopę zwrotu ze wszystkich aktywów, w niniejszej pracy przyjmuje się w uproszczeniu zmienność indeksu WIG. Ze względu na ograniczoną długość szeregów czasowych, badaniu poddaje się częstotliwości stóp zwrotu jedynie w ujęciu: dziennym, tygodniowym i miesięcznym. Dalsze wydłużanie okresów pomiędzy poszczególnymi obserwacjami, wobec krótkiej historii polskiego rynku kapitałowego, powodowałoby zbyt znaczącą redukcję realizacji obserwowanych zmiennych. Ponadto, analizowane są: wpływ długości horyzontu inwestycji, częstotliwość oraz sposób kalkulacji stopy zwrotu (prosty i logarytmiczny) na ostateczną wartość współczynnika ryzyka systematycznego spółki. W tabelach 2–4 zaprezentowano wyniki estymacji współczynnika beta w zależności od wybranej techniki obliczeniowej. Dla stóp zwrotu kalkulowanych z częstotliwością tygodniową i miesięczną, za dzień bazowy przyjęto dzień podania do opinii

**Tabela 2**

Liczba spółek z  $\beta > 1$  dla miesięcznych stóp zwrotu

Długość szeregu obserwacji	Liczba spółek o charakterystyce $\beta > 1$	
	sposób kalkulacji stopy zwrotu	
	stopa prosta	stopa logarytmiczna
2	38	39
4	40	41
5	39	42
10	34	34
20	33	33
30	27	26
40	26	25
60	27	26

Źródło: opracowanie własne.

publicznej informacji o złożeniu wniosku o upadłość lub zawieszenia obrotu akcji. Oznacza to, że miesięczna i tygodniowa stopa zwrotu może być liczona dla poszczególnych spółek według różnych dni tygodnia, jednak z zachowaniem częstotliwości obserwacji i długości horyzontu inwestycyjnego. W przypadku, gdy liczba obserwacji uwzględnianych w testach statystycznych przekracza długość szeregu czasowego dla ustalonej spółki, przyjmuje się do dalszych analiz wartość współczynnika beta obliczoną dla pełnego szeregu czasowego dla tej spółki.

**Tabela 3**

Liczba spółek z  $\beta > 1$  dla tygodniowych stóp zwrotu

Długość szeregu obserwacji	Liczba spółek o charakterystyce $\beta > 1$	
	sposób kalkulacji stopy zwrotu	
	stopa prosta	stopa logarytmiczna
2	47	47
4	45	47
6	41	41
10	39	41
20	32	38
30	36	33
40	32	33
100	25	24

Źródło: opracowanie własne.

**Tabela 4**

Liczba spółek z  $\beta > 1$  dla dziennych stóp zwrotu

Długość szeregu obserwacji	Liczba spółek o charakterystyce $\beta > 1$	
	sposób kalkulacji stopy zwrotu	
	stopa prosta	stopa logarytmiczna
10	37	38
20	41	44
30	36	37
50	35	32
100	27	26
150	24	25
200	19	20
250	20	20
365	17	17
730	13	10

Źródło: opracowanie własne.

Porównując otrzymane rezultaty estymacji wydaje się, że beta powinna być kalkulowana dla krótkich szeregów czasowych, maksymalnie obejmujących 20–30 notowań dziennych

(równoważnie 4–6 notowań tygodniowych). Obserwacja ta jest zgodna z rekomendacją co do metody obliczania bety proponowaną przez Tarczyński i innych (2013: 77). Szczególnie wysoka liczba wskazań współczynnika ryzyka systematycznego powyżej jedności dla spółek znajdujących się w upadłości występuje w przypadku stóp zwrotu kalkulowanych z częstotliwością tygodniową na podstawie ostatnich czterech realizacji.

Ocenę zróżnicowania wyników badań dokonuje się testując hipotezę o równości wartości oczekiwanych, traktując oszacowane poziomy bet dla 58 analizowanych przedsiębiorstw dla różnych metody kalkulacji, jako kolejne realizacje obserwowanej zmiennej endogenicznej. W tabeli 5 przedstawiono wyniki testu równości wartości średnich dwóch populacji obliczanych dla wybranych horyzontów inwestycyjnych, przy zastosowaniu prostej oraz logarymicznej stopy zwrotu.

**Tabela 5**

Test równości średnich dla bet wyznaczanych według stóp prostych i logarymicznych

Liczba uwzględnianych obserwacji odpowiednio	Wartość statystyki testowej	Wartość p-value dla dwustronnego zbioru krytycznego	Wartość p-value dla jednostronnego zbioru krytycznego
D 10	0,091989	0,9269	0,4634
D 30	0,244256	0,8075	0,4037
D 250	0,997163	0,3208	0,1604
T 2	-0,205080	0,8379	0,4189
T 4	-0,470045	0,6392	0,3196
T 146	0,626507	0,5322	0,2661
M 2	-0,967837	0,3352	0,1676
M 4	-1,068620	0,2875	0,1438
M 30	-0,235041	0,8146	0,4073

D, T, M oznaczają częstotliwość wyznaczania stóp zwrotu (dzienną, tygodniową i miesięczną), a liczba – ilość uwzględnianych obserwacji.

Źródło: opracowanie własne.

Otrzymane rezultaty nie dają podstaw do odrzucenia hipotezy o równości średnich wartości współczynnika beta obliczanego dla prostych i logarymicznych stóp zwrotu na poziomie istotności  $\alpha = 0,05$ , przy zachowaniu tej samej częstotliwości ich wyznaczania oraz długości szeregu czasowego. Wobec powyższego można wnioskować, że wybór sposobu obliczania stopy zwrotu nie wpływa w istotnym zakresie na końcowy wynik estymacji współczynnika ryzyka systematycznego. W konsekwencji, w dalszej części pracy przedstawione zostaną jedynie wyniki wyznaczone dla prostej stopy zwrotu. W tabeli 6 przedstawiono wyniki weryfikacji hipotezy o równości średnich w przypadku zmiany horyzontu inwestycji.



**Tabela 6**

Równość średnich dla bet liczonych według różnych horyzontów inwestycji

Porównywane długości szeregów czasowych	Wartość statystyki testowej	Wartość p-value dla dwustronnego zbioru krytycznego	Wartość p-value dla jednostronnego zbioru krytycznego
D 10–20	1,3577	0,1772	0,0886
D 10–30	2,0163	0,0461	0,0231
D 20–30	1,1637	0,2470	0,1235
D 30–50	1,6763	0,0964	0,0482
D 30–100	3,1232	0,0023	0,0011
T 2–4	2,2260	0,0280	0,0140
T 2–6	2,4719	0,0149	0,0075
T 4–6	2,1745	0,0317	0,0159
T 6–10	1,3309	0,1859	0,0930
M 2–4	1,6060	0,1110	0,0555
M 2–5	2,0803	0,0397	0,0199
M 4–5	0,6861	0,4941	0,2470
M 4–10	2,2394	0,0271	0,0135

Źródło: opracowanie własne.

Przeprowadzone analizy potwierdzają niestabilność współczynnika beta obliczanego przy uwzględnieniu różnej liczby obserwacji. Na poziomie istotności  $\alpha = 0,05$  udało się odrzucić hipotezę o równości wartości oczekiwanych wyznaczanych na podstawie 10 i 30 ostatnich dziennych notowań na rzecz hipotezy, że  $\mu_{D10} > \mu_{D30}$ . W oparciu o pozostałe przypadki możemy wnioskować, np. że  $\mu_{T2} > \mu_{T6}$  oraz  $\mu_{M2} > \mu_{M5}$ . Przedstawione testy nie umożliwiają jednak sformułowania ostatecznych rozstrzygnięć w zakresie liczby obserwacji, które powinny być uwzględnione do estymacji współczynnika beta dla notowań dziennych. W tej sytuacji wydaje się, że beta powinna być kalkulowana w oparciu o ostatnie 10–20 obserwacji. Dla stóp zwrotu wyznaczanych tygodniowo powinno zostać uwzględnione co najwyżej 3–4 ostatnie obserwacje, a dla miesięcznych – 2. Dalsze zwiększanie liczby notowań do obliczania bety powoduje spadek ilości spółek znajdujących się w upadłości, dla których współczynnik beta przekracza wartość neutralną 1. Jeżeli jednak, jednocześnie ze zwiększaniem liczności szeregu czasowego, będzie się obniżało częstotliwość wyznaczania stóp zwrotu, można otrzymać lepsze oszacowanie. Przeprowadzane testy nie pozwalają wskazać jednoznacznie, jaka jest zależność pomiędzy częstotliwością a horyzontem badania. W tabeli 7 zaprezentowano testy na równość wartości średnich dla 58 spółek w przypadku dwóch wybranych okresów badania obejmujących odpowiednio 2 i 4 tysiące obserwacji.

**Tabela 7**

Test równości średnich w zależności od częstotliwości wyznaczania stóp zwrotu dla różnych szeregów czasowych

Sposób kalkulacji stóp zwrotu dla różnego horyzontu notowań	Liczba notowań	Wartość statystyki testowej	Wartość p-value dla dwustronnego zbioru krytycznego	Wartość p-value dla jednostronnego zbioru krytycznego
D–T	2 000	–2,0000	0,0479	0,0239
	4 000	–1,9505	0,0536	0,0268
D–M	2 000	–3,2018	0,0018	0,0009
	4 000	–3,3556	0,0011	0,0005
D–2M	2 000	–3,9299	0,0001	0,0001
	4 000	–4,0283	0,0001	0,0001
T– M	2 000	–1,1464	0,2540	0,1270
	4 000	–1,3313	0,1858	0,0929
T–2M	2 000	–2,1212	0,0361	0,0180
	4 000	–2,0664	0,0411	0,0205
M–2M	2 000	–1,0813	0,2818	0,1409
	4 000	–0,7745	0,4402	0,2201

2M oznacza, że stopa zwrotu obliczana jest z dwumiesięczną częstotliwością.

Źródło: opracowanie własne.

Dla krótkich szeregów czasowych przeprowadzona weryfikacja hipotez na poziomie istotności  $\alpha = 0,05$ , które z rozważanych podejść co do długości okresu wyznaczania stopy zwrotu nie daje konkluzywnych rezultatów. Dopiero, gdy przyjmimy dwukrotnie wyższy poziom istotności można ustalić, że stopy zwrotu dla krótkich okresów badania nie powinny być wyznaczane miesięcznie. Uwzględniając w analizie ponad 20 ostatnich notowań powinno się raczej stosować tygodniowe stopy zwrotu. Niemniej jednak dla krótszych szeregów czasowych nie można wskazać, która z metod kalkulacji stóp zwrotu (dzienna czy

**Tabela 8**

Test równości średnich w zależności od częstotliwości dla różnych szeregów czasowych

Sposób kalkulacji stóp zwrotu	Wartość statystyki testowej	Wartość p-value dla dwustronnego zbioru krytycznego	Wartość p-value dla jednostronnego zbioru krytycznego
D 10 – T 4	–0,497863	0,61950	0,30980
D 20 – T 4	–1,87153	0,06383	0,03192
D 10 – T 6	1,67381	0,09691	0,04845
D 20 – T 6	0,497433	0,61980	0,30990
D 10 – M 2	0,755254	0,45170	0,22580
D 20 – M 2	–0,828413	0,40920	0,20460
T 4 – M 2	1,29332	0,19850	0,09926
T 6 – M 2	–1,32111	0,18910	0,09455

Źródło: opracowanie własne.

tygodniowa) pozwala na otrzymanie mniej obciążonego estymatora współczynnika beta. W tabeli 8 przedstawiono wyniki testów parametrycznych równości średnich dla wybranych sytuacji.

## Uwagi końcowe

Przeprowadzone badania potwierdzają, że współczynniki beta oszacowane według klasycznej metody najmniejszych kwadratów dla modelu CAPM nie są stacjonarne. Dla ponad 18,9% uwzględnionych w badaniu spółek w upadłości, wyrażony przez betę poziom ryzyka związany z inwestycją nie określał prawidłowo rzędu jego wielkości, wskazując, że jest ono niższe niż niepewność związana z alokacją środków na rynku kapitałowym. Przeprowadzona w artykule analiza pozwoliła odrzucić hipotezę, że wartość estymatora ryzyka systematycznego zależy od przyjęcia prostej lub logarytmicznej stopy zwrotu. Na podstawie otrzymanych rezultatów zaleca się zmniejszanie częstotliwości wyznaczania stóp zwrotu w przypadku uwzględniania w badaniu znacznej (przekraczającej przynajmniej 30 notowań) liczby obserwacji. Ponieważ najwyższa liczba dobrych wskazań ryzyka poprzez współczynnik beta występowała dla krótkich szeregów czasowych, można przyjąć, że wartość bety należy estymować w oparciu o 10–30 obserwacji. Decyzja o konkretnej długości szeregu czasowego powinna uwzględniać także wielkości obrotu na danym walorze. Im jest on niższy, tym dłuższy należy przyjmować okres do badania. Dla analiz złożonych z ponad 20 notowań dziennych zalecana jest estymacja na podstawie tygodniowych stóp zwrotu. Przeprowadzone w pracy badania nie pozwalają w sposób wyczerpujący udzielić odpowiedzi na wszystkie pytania związane z szacowaniem współczynnika beta według podejścia CAPM. Pozwalają jednak na zmniejszenie ryzyka uwzględnienia w wycenie istotnie obciążonego oszacowania  $\beta$ . Dalsze badania w tym zakresie będą prowadzone w celu uwzględnienia wpływu wielkości transakcji na danym papierze na stopę zwrotu z inwestycji oraz ryzyko z nią związane.

## Literatura

- Al-Ali J., Arkwright T. (2000), *Investigation of UK Companies Practices in Determination, Interpretation and Usage of Cost of Capital*, „The Journal of Interdisciplinary Economics” vol. 11, s. 303–319.
- Bradfield D.J. (1990), *A Note on the Estimation Problems Caused by Thin Trading on the JSE*, „De Ratione” vol. 3.
- Bruner R.F., Eades K.M., Harris R.S., Higgins R.C. (1998), *Best Practices in Estimating The Cost of Capital: Survey and Synthesis*, „Financial Practices and Education”, Spring/Summer, s. 13–28.
- Byrka-Kita K. (2008), *Metody szacowania kosztu kapitału własnego. Teoria a praktyka*, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego, Szczecin.
- Byrka-Kita K. (2004), *Weryfikacja przydatności modelu wyceny aktywów kapitałowych (CAPM) w procesie szacowania kosztu kapitału własnego na polskim rynku kapitałowym*, Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego nr 389, „Finanse. Rynki Finansowe, Ubezpieczenia” nr 2, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego, Szczecin, s. 175–189.
- Damodaran A. (2012), *Estimating Risk Parameters*, Stern School of Business, New York.
- Duliniec A. (2001), *Struktura i koszt kapitału w przedsiębiorstwie*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.

- Fletcher J. (2000), *On the conditional relationship between beta and return in international stock returns*, „International Review of Financial Analysis” no. 9, Autumn, s. 235–245.
- Fama E.F., French K.R. (1993), *Common risk factors in the returns on stocks and bonds*, „Journal of Financial Economics” vol. 33, no. 1.
- Haugen R.A. (1996), *Teoria nowoczesnego inwestowania*, WIG-Press, Warszawa.
- Jajuga K. (2011), *Inwestycje, instrumenty finansowe, aktywa niefinansowe, ryzyko finansowe, inżynieria finansowa*, PWN, Warszawa.
- Kuziak K. (1999), *Stabilność w czasie współczynnika beta akcji*, Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu nr 811, Wrocław.
- Osińska M., Stempińska J. (2003), *Zmienność parametru  $\beta$  w modelu Sharpe’a a horyzont czasowy inwestycji*, „Nasz Rynek Kapitałowy” nr 9 (153).
- Panfil M. (2009), *Wycena biznesu w praktyce, metody – przykłady*, Poltext, Warszawa.
- Szablewski A., Tuzimek R. (2008), *Wycena i zarządzanie wartością firmy*, Poltext, Warszawa.
- Tarczyński W., Witkowska D., Kompa K. (2013), *Współczynnik beta. Teoria i praktyka*, PielaszekResearch, Warszawa.
- Zadora H. (2010), *Wycena przedsiębiorstwa w teorii i praktyce*, Stowarzyszenie Księgowych w Polsce, Warszawa.
- Zarzecki D. (2008), *Indeks ryzyka w wycenie przedsiębiorstw*, Studia i Prace Wydziału Nauk Ekonomicznych i Zarządzania nr 1, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego, Szczecin.

#### COMPARISON OF METHODS FOR THE BETA COEFFICIENT CALCULATION FOR CAPM

**Abstract:** *Purpose* – The purpose of this article is to establish a method for the calculation of the beta coefficient according to the CAPM model which gives a good estimate of the level of risk associated with a particular investment. The subject of the study, in particular, consists of method for determining the rate of return, the frequency of returns, calculation and determination of the length of the time series included in the analysis.

*Design/methodology/approach* – A critical review of the literature and quantitative methods based on research which are covering the whole population.

*Findings and originality/value* – Result of the study may fill a gap in the theory of valuation in the subject of beta coefficient calculation methods. Hypothesis that the way of defining the rate of return affects the final level of systematic risk factor estimates is rejected. Based on the obtained results, there is proposed a method of calculation of beta which is connected with a lower risk of making statistical error type II. In addition, in the article there is confirmed that to obtain a good estimate of the level of beta with an increase in the number of observations, we should reduce the frequency of determining rates of return.

**Keywords:** beta, systematic risk factor, the cost of capital, CAPM

#### Cytowanie

- Janas K. (2015), *Porównanie metod kalkulacji współczynnika beta dla modelu CAPM*, Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego nr 855, „Finanse, Rynki Finansowe, Ubezpieczenia” nr 74, t. 1, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego, Szczecin, s. 269–280; [www.wneiz.pl/frfu](http://www.wneiz.pl/frfu).