

Prawdopodobieństwo straty dla wybranych rozkładów modelujących empiryczny rozkład stóp zwrotu spółek wchodzących w skład indeksu WIG20

Jan Purczyński*
Kamila Bednarz-Okrzyńska**

Streszczenie: *Cel* – W literaturze rozpatruje się prawdopodobieństwo straty dla rozkładu modelującego empiryczny rozkład stóp zwrotu będącego rozkładem normalnym. Celem pracy było wyznaczenie prawdopodobieństwa straty dla rozkładów Laplace’a i GED modelujących empiryczny rozkład stóp zwrotu.

Metodologia badania – W pracy zastosowano metody matematyczne oraz metody statystyczne. W wyniku zastosowania metod matematycznych wyznaczono przybliżoną wartość całki opisującej prawdopodobieństwo straty. Badania statystyczne polegały na wyznaczeniu prawdopodobieństwa straty dla wybranych rozkładów modelujących empiryczny rozkład stóp zwrotu spółek wchodzących w skład indeksu WIG20.

Wynik – Jako wynik uzyskano przybliżone wzory umożliwiające wyznaczenie prawdopodobieństwa straty dla wymienionych rozkładów (normalny, Laplace’a i GED) bez konieczności stosowania tablic statystycznych. Stwierdzono silną zależność wartości prawdopodobieństwa straty od interwału czasowego pomiaru stóp zwrotu. *Oryginalność/Wartość* – Zaproponowano szacowanie wartości prawdopodobieństwa straty na podstawie rozkładów Laplace’a i GED, które umożliwiają lepsze dopasowanie modelu teoretycznego do danych empirycznych.

Słowa kluczowe: prawdopodobieństwo straty, wzory przybliżone

Wprowadzenie

Jedną z miar zagrożenia jest prawdopodobieństwo straty, które określa szanse uzyskania ujemnej wartości stopy zwrotu:

$$P(X < 0) = \int_{-\infty}^0 f(x) \cdot dx \quad (1)$$

gdzie:

X – zmienna losowa opisująca stopę zwrotu akcji;

$f(x)$ – gęstość rozkładu modelującego empiryczny rozkład stóp zwrotu.

*prof. dr hab. Jan Purczyński, Uniwersytet Szczeciński, e-mail: jan.purczynski@wzieu.pl

**mgr Kamila Bednarz-Okrzyńska, Uniwersytet Szczeciński, e-mail: kamila.bednarz@wzieu.pl

W literaturze (Tarczyński, Mojsiewicz 2001: 82–84; Mentel 2012: 36) wzór (1) stosuje się dla przypadku, gdy rozkładem modelującym empiryczny rozkład stóp zwrotu jest rozkład Gaussa:

$$fN(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (2)$$

W pracy wyznaczono prawdopodobieństwo straty dla rozkładu modelującego będącego rozkładem Laplace'a:

$$fL(x, \mu, \lambda) = \frac{\lambda}{2} \exp(-\lambda|x-\mu|) \quad (3)$$

oraz rozkładem GED (Generalized Error Distribution):

$$f(x) = \frac{\lambda \cdot s}{2 \cdot \Gamma\left(\frac{1}{s}\right)} \cdot \exp(-\lambda^s |x-\mu|^s) \quad (4)$$

gdzie:

$G(z)$ – funkcja gamma Eulera;

μ – parametr położenia;

s – parametr kształtu;

λ – parametr skali.

Parametr skali λ spełnia zależność:

$$\lambda = \frac{1}{\sigma} \left[\frac{\Gamma\left(\frac{3}{s}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{s}\right)} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (5)$$

gdzie: σ – odchylenie standardowe rozkładu.

Obliczenia wykonano dla wybranych spółek wchodzących w skład indeksu WIG20. Każdorazowo wykonano test chi-kwadrat w celu wyboru rozkładu teoretycznego zapewniającego największą zgodność z rozkładem empirycznym.

Wyprowadzono przybliżone wzory umożliwiające wyznaczenie prawdopodobieństwa straty dla wymienionych rozkładów (normalny, Laplace'a i GED) bez konieczności stosowania tablic statystycznych.

1. Estymacja parametrów wybranych rozkładów

1.1. Estymacja parametrów rozkładu Gaussa i rozkładu Laplace’a

Najbardziej popularne są dwie metody estymacji parametrów rozkładu: metoda momentów i metoda największej wiarygodności (Sobczyk 2004: 143).

W przypadku rozkładu normalnego, którego gęstość opisuje wzór (2), obydwie metody prowadzą do tych samych zależności:

$$\hat{\mu} = \hat{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \tag{6}$$

$$\hat{\sigma}^2 = S^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \tag{7}$$

W wyniku zastosowania Metody Największej Wiarygodności (MNW) do wzoru (3) (Kotz i in. 2001: 69) – otrzymuje się, oznaczając jako Metodę 1:

$$\hat{\mu} = \text{mediana}(x_i); \quad \hat{\lambda}_1 = \frac{N}{\sum_{i=1}^N |x_i - \hat{\mu}|} \tag{8}$$

Uwzględniając uwagi zawarte w podrozdziale 1.2, zaproponowano jeszcze jedną metodę szacowania parametru λ (Metoda 2):

$$\hat{\mu} = \bar{x}; \quad \hat{\lambda}_2 \text{ zgodnie ze wzorem (8)} \tag{9}$$

Metoda momentów prowadzi do oszacowań parametrów rozkładu Laplace’a, wyrażających się poniższym wzorem (Metoda 3):

$$\hat{\mu} = \bar{x}; \quad \hat{\lambda}_3 = \sqrt{\frac{2}{S^2}} \tag{10}$$

gdzie: S^2 opisuje wzór (7).

1.2. Estymacja parametrów rozkładu GED

W celu uproszczenia rozważań, przyjmuje się, że na podstawie próby zostało wyznaczone oszacowanie parametru $\hat{\mu}$, a następnie, ciąg wartości x_i został scentrowany poprzez odjęcie $\hat{\mu}$. W związku z tym, w miejsce wzoru (4), rozważa się gęstość o postaci:

$$f(x) = \frac{\lambda \cdot s}{2 \cdot \Gamma\left(\frac{1}{s}\right)} \cdot \exp(-|\lambda \cdot x|^s) \tag{11}$$

Jako oszacowanie parametru położenia $\hat{\mu}$ występującego we wzorze (4) można przyjąć wartość przeciętną $\hat{\mu} = \bar{x}$, względnie medianę $\hat{\mu} = \text{mediana}(x_i)$.

W pracy (Sherman 1997: 51–53) rozpatrzono efektywność estymatorów \bar{x} oraz $med(x)$ w zależności od wartości parametru kształtu s dla rozkładu GED. Wykazano, że dla $s = 1$ (rozkład Laplace'a) zachodzi zależność:

$$\frac{V_{\bar{x}}}{V_{med}} = 2 \quad (12)$$

gdzie:

$V_{\bar{x}}$ – wariancja estymatora \bar{x} ;

V_{med} – wariancja estymatora $med(x)$.

Natomiast dla $s = 2$ (rozkład Gaussa) zachodzi wzór:

$$\frac{V_{\bar{x}}}{V_{med}} = \frac{2}{\pi} = \frac{1}{1,57} = 0,637 \quad (13)$$

gdzie: oznaczenia jak we wzorze (12).

Oznacza to, że dla rozkładu Laplace'a jako oszacowanie parametru położenia należy uwzględniać medianę (dwukrotnie mniejsza wariancja niż dla estymatora \bar{x}).

W przypadku rozkładu normalnego oszacowaniem parametru położenia powinno być $\hat{\mu} = \bar{x}$ (wariancja estymatora \bar{x} jest 1,57 razy mniejsza niż wariancja estymatora $med(x)$). Zatem efektywność obydwu estymatorów jest funkcją parametru kształtu s . Wartością graniczną jest $s = 1,407$, dla której wariancje obydwu estymatorów są sobie równe.

Stąd wniosek, że dla $s < 1,407$ należy przyjąć $\hat{\mu} = med(x)$, a dla $s > 1,407$ przyjmuje się $\hat{\mu} = \bar{x}$. Niestety, postępowanie takie, jakkolwiek poprawne, jest niewykonalne. Mianowicie, centrowanie ciągu obserwacji powinno być wykonane w pierwszym kroku obliczeń, kiedy jeszcze nie znamy wartości oszacowania parametru kształtu \hat{s} . W związku z powyższym przyjęto inny sposób postępowania. Centrowanie wykonuje się zarówno dla wartości przeciętnej, jak i dla mediany.

Metody estymacji rozkładu GED opisanego wzorem (11) zostały szczegółowo omówione w pracy (Purczyński, Bednarz – w druku). W niniejszej pracy zastosowano następujące metody estymacji parametrów rozkładu GED: metoda MNW, aproksymacja metodą momentów (Krupiński, Purczyński 2006: 205–211) oraz przybliżona metoda momentów (Purczyński, Bednarz 2014).

Mając na uwadze dwa sposoby centrowania ciągu próbek, uzyskuje się sześć metod estymacji rozkładu GED.

Podobny motyw wystąpił w podrozdziale 1.1, w którym estymację parametru położenia μ (rozkład Laplace'a) wykonano na dwa sposoby: jako medianę (wzór (8), Metoda 1 oraz wartość średnią (wzór (9), Metoda 2 oraz wzór (10), Metoda 3.

2. Przybliżone wzory określające prawdopodobieństwo straty

Oszacowanie parametru położenia oznaczono jako E , $\hat{\mu} = E$.

Całkę (1) wyznacza się następująco:

$$P(X < 0) = \int_{-\infty}^0 f(x) \cdot dx = \int_{-\infty}^E f(x) dx + \int_E^0 f(x) dx = \frac{1}{2} + \int_E^0 f(x) dx \quad (14)$$

Dla rozkładu Gaussa, ze wzorów (2) i (14), uzyskuje się:

$$PN(E, \sigma) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_E^0 \exp\left(-\frac{(x-E)^2}{2\sigma^2}\right) \cdot dx \quad (15)$$

Funkcję podcałkową rozwija się w szereg potęgowy:

$$e^{-t} = \sum_{i=0}^N (-1)^i \frac{t^i}{i!} \quad (16)$$

a następnie, zgodnie ze wzorem (15) wykonuje się całkowanie, uzyskując:

$$PN(E, \sigma) = \frac{1}{2} - \left[1 - \frac{1}{6} \left(\frac{E}{\sigma}\right)^2 + \frac{1}{40} \left(\frac{E}{\sigma}\right)^4 - \frac{1}{336} \left(\frac{E}{\sigma}\right)^6 + \frac{1}{3456} \left(\frac{E}{\sigma}\right)^8 \right] \cdot \frac{E}{\sigma\sqrt{2\pi}} \quad (17)$$

Postać wzoru (17) sugeruje zastosowanie współczynnika zysku względnego W (Tarczyński, Mojsiewicz 2001: 73):

$$W = \frac{E}{\sigma} \quad (18)$$

Ze wzorów (17) i (18), wynika:

$$PN(W) = \frac{1}{2} - \left[1 - \frac{W^2}{6} + \frac{W^4}{40} - \frac{W^6}{336} + \frac{W^8}{3456} \right] \cdot \frac{W}{\sqrt{2\pi}} \quad (19)$$

Wzór (19) stanowi przybliżoną postać prawdopodobieństwa straty wyznaczonej dla rozkładu normalnego. Wewnątrz nawiasu (wzór (19)) występuje szereg naprzemienny. Zgodnie z kryterium Leibniza błąd spowodowany nieuwzględnieniem wyższych potęg jest mniejszy od wartości ostatniego wyrazu, tzn. $B \leq \frac{W^8}{3456}$. Na przykład, dla $W = 1$ uzyskuje się $B \leq 0,000289$.

Ze wzorów (1) i (3) uzyskuje się prawdopodobieństwo straty dla rozkładu Laplace'a:

$$PL(E, \lambda) = \begin{cases} \frac{1}{2} \exp(-E \cdot \lambda) & \text{dla } E > 0 \\ 1 - \frac{1}{2} \exp(-|E| \cdot \lambda) & \text{dla } E < 0 \end{cases} \quad (20)$$

Parametr λ występujący we wzorze (3) wiąże się z odchyleniem standardowym σ zgodnie ze wzorem:

$$\lambda = \frac{\sqrt{2}}{\sigma} \quad (21)$$

Ze wzorów (18),(20) i (21), uzyskuje się:

$$PL(W) = \begin{cases} \frac{1}{2} \exp(-\sqrt{2} \cdot W) & \text{dla } W > 0 \\ 1 - \frac{1}{2} \exp(-\sqrt{2} \cdot |W|) & \text{dla } W < 0 \end{cases} \quad (22)$$

Wzór (22) określa prawdopodobieństwo straty dla rozkładu Laplace'a, którego parametry wyznaczono Metodą 3 (wzór (10)).

Podstawiając do wzoru (14) gęstość określoną zależnością (4) oraz stosując rozwinięcie w szereg potęgowy (wzór (16)), uzyskuje się:

$$PG(E, \lambda, s) = \frac{1}{2} - \frac{E\lambda s}{2\Gamma\left(\frac{1}{s}\right)} \cdot \sum_{i=0}^{15} (-1)^i \frac{(|E|\lambda)^{s \cdot i}}{(s \cdot i + 1) \cdot i!} \quad (23)$$

Uwzględniając zależność (5), otrzymuje się:

$$E \cdot \lambda = W \cdot g(s) \quad (24)$$

gdzie: $g(s) = \sqrt{\frac{\Gamma\left(\frac{3}{s}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{s}\right)}}$

Ze wzorów (23) i (24) wynika:

$$PG(W, s) = \frac{1}{2} - \frac{s \cdot W \cdot g(s)}{2\Gamma\left(\frac{1}{s}\right)} \cdot \sum_{i=0}^{15} (-1)^i \frac{(|W \cdot g(s)|)^{s \cdot i}}{(s \cdot i + 1) \cdot i!} \quad (25)$$

W celu uproszczenia obliczeń, w miejsce funkcji $g(s)$ (wzór (24)) wprowadza się funkcję

$$ga(s) = 0,3156 + \frac{1,19}{s} - \frac{1,519}{s^2} + \frac{1,4281}{s^3} \quad (26)$$

przy czym popełnia się błąd $b \leq 0,006$ dla $0,75 \leq s \leq 2,5$.

Występującą we wzorze (25) funkcję

$$G(s) = \frac{s \cdot g(s)}{2 \cdot \Gamma\left(\frac{1}{s}\right)} \quad (27)$$

zastępuje się przybliżeniem

$$Ga(s) = 0,2474 + \frac{0,2672}{s} - \frac{0,04694}{s^2} + \frac{0,2395}{s^3} \quad (28)$$

z błędem $B \leq 0,0014$ dla $0,75 \leq s \leq 2,5$.

Ostatecznie prawdopodobieństwo straty dla rozkładu GED wyraża się wzorem:

$$PG(W, s) = \frac{1}{2} - Ga(s) \cdot W \cdot \sum_{i=0}^{15} (-1)^i \frac{(|W \cdot ga(s)|)^{s \cdot i}}{(s \cdot i + 1) \cdot i!} \quad (29)$$

gdzie: $ga(s)$ określa wzór (26)

$Ga(s)$ wyraża się wzorem (27).

3. Wyniki obliczeń prawdopodobieństwa straty

Obliczenia wykonano dla stopy zwrotu wyznaczonej na podstawie danych: dziennych, tygodniowych i miesięcznych dla spółek wchodzących w skład indeksu WIG20. Rozpatrzono dane dla następujących lat: 2010, 2011 i 2012. Największą wartość współczynnika zysku względnego W odnotowano dla danych miesięcznych w roku 2010 dla spółki SYNTHOS:

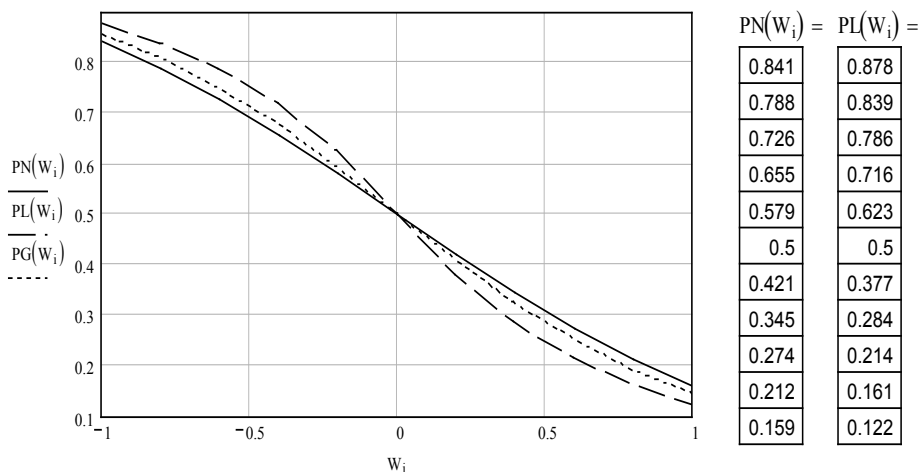
$$W = \frac{E}{\sigma} = \frac{0,087595}{0,08371} = 1,046$$

Natomiast, najmniejsza wartość wystąpiła dla spółki GTC (dane miesięczne, 2011):

$$W = \frac{E}{\sigma} = \frac{-0,074136}{0,07654} = -0,969.$$

W związku z powyższym przyjęto, że współczynnik zysku względnego należy do przedziału $W \in (-1, 1)$.

Na rysunku 1 przedstawiono wartości prawdopodobieństwa straty w funkcji współczynnika zysku względnego. Linia ciągła $PN(W)$ odpowiada rozkładowi normalnemu (wzór (19)), linia przerywana $PL(W)$ została wyznaczona dla rozkładu Laplace'a (wzór (22)). Linia kropkowana określa prawdopodobieństwo straty wyznaczone dla rozkładu GED (wzór (25)) ze współczynnikiem kształtu wynoszącym $s = 1,5$. Należy zauważyć, że wynik dla rozkładu GED ze współczynnikiem kształtu $s = 1$ pokrywa się z wynikiem uzyskanym dla rozkładu Laplace'a (linia $PL(W)$). Analogicznie wynik dla rozkładu GED ze współczynnikiem kształtu $s = 2$ pokrywa się z linią $PN(W)$. Prawdopodobieństwo straty wyznaczone dla rozkładu Laplace'a wykazuje silniejszą reakcję na zmiany wartości współczynnika zysku względnego aniżeli prawdopodobieństwo straty wynikające z rozkładu Gaussa.



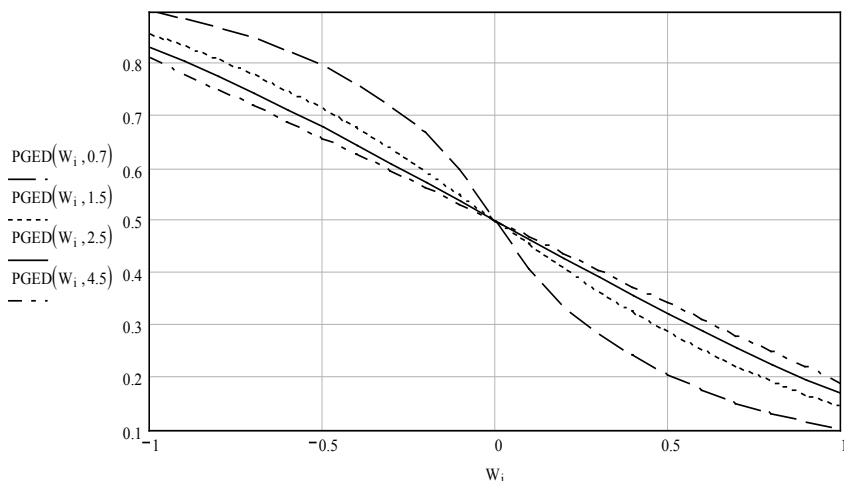
Rysunek 1. Wartości prawdopodobieństwa straty w funkcji współczynnika zysku względnego

Linia ciągła $PN(W)$ odpowiada rozkładowi normalnemu, linia przerywana $PL(W)$ – rozkładowi Laplace'a oraz linia kropkowana $PG(W)$ wyznaczona dla rozkładu GED.

Źródło: opracowanie własne.

Na rysunku 2 zamieszczono wartości prawdopodobieństwa straty w funkcji współczynnika zysku względnego dla rozkładu GED. Linia przerywana $PGED(W,0.7)$ odpowiada współczynnikowi kształtu $s = 0,7$. Linia kropkowana $PGED(W,1.5)$ odnosi się do współczynnika $s = 1,5$, linia ciągła $PGED(W,2.5)$ wykonana dla $s = 2,5$ oraz linia kropkowanoprzerywana $PGED(W,4.5)$ odpowiadająca $s = 4,5$. Największą wrażliwość prawdopodobieństwa straty na zmianę współczynnika zysku względnego występuje dla współczynnika kształtu $s = 0,7$. Natomiast, najmniejszą wrażliwością wykazuje się krzywa $PGED(W,4,5)$ uzyskana dla współczynnika kształtu $s = 4,5$.

Obserwując wartości współczynnika kształtu uzyskane w procesie estymacji parametrów rozkładu GED, stwierdzono, że najmniejsze wartości uzyskuje się dla danych dziennych, a największe dla danych miesięcznych. W przypadku danych dziennych wartości współczynnika kształtu oscylowały wokół liczby jeden, co stanowi pośredni dowód, że rozkład empirycznych stóp zwrotu jest zgodny z rozkładem Laplace'a. Najmniejszą wartość $\hat{s} = 0,616$ odnotowano dla spółki BZ WBK – dane dzienne dotyczące 2012 roku. Największa wyestymowana wartość $\hat{s} = 4,388$ wystąpiła dla spółki HANDLOWY – dane miesięczne dla 2012 roku.



Rysunek 2. Wartości prawdopodobieństwa straty w funkcji współczynnika zysku względnego dla rozkładu GED dla różnych wartości współczynnika kształtu ($s = 0,7; 1,5; 2,5; 4,5$)

Źródło: opracowanie własne.

W tabeli 1 zamieszczono wartości prawdopodobieństwa straty wyznaczone dla spółek: ASSECOPOL, GTC, PKO BP oraz indeksu WIG20 oraz WIG. Ze względu na ograniczoną objętość artykułu zrezygnowano z prezentacji wyników uzyskanych dla rozkładu GED – odpowiednia tabela musiałaby zawierać sześć kolumn z wynikami obliczeń (sześć metod estymacji rozkładu GED).

W kolumnie 4 zamieszczono wyniki obliczeń dla rozkładu normalnego. Kolumny 5, 6, 7 odnoszą się do rozkładu Laplace'a, przy czym kolumna 5 (oznaczona jako PL1) została wyznaczona dla rozkładu o parametrach obliczonych Metodą 1. Odpowiednio kolumna 6 (PL2) obliczona dla parametrów wyznaczonych Metodą 2 oraz kolumna 7 (PL3) wyznaczona dla parametrów rozkładu Laplace'a określonych Metodą 3. W kolumnach 4–7, oprócz prawdopodobieństwa straty, podano (w nawiasach) wartości unormowanej statystyki h testu chi-kwadrat:

$$h = \frac{H}{Hkr} \quad (30)$$

gdzie:

H – wartość statystyki uzyskanej w teście χ^2

Hkr – wartość krytyczna statystyki testu χ^2

Wartość statystyki $h > 1$ oznacza negatywny wynik testu, tzn. należy odrzucić hipotezę, że rozkład Gaussa (Laplace'a) jest zgodny z rozkładem empirycznym stóp zwrotu. W przypadku $h < 1$ nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy o zgodności rozkładów (pozytywny wynik testu chi-kwadrat).

Na 45 przypadków rozpatrzonych w tabeli 1 liczba negatywnych wyników testu chi-kwadrat wyniosła: dla rozkładu Gaussa – 10, dla rozkładu Laplace’a (Metoda 1) – 3, dla rozkładu Laplace’a (Metoda 2) – 5, dla rozkładu Laplace’a (Metoda 3) – 6. Dla wszystkich przypadków negatywnego wyniku testu dla rozkładu normalnego dysponujemy wynikami rozkładu Laplace’a, dla którego wartość unormowanej statystyki $h < 1$. Prawdopodobieństwo zawarte w kolumnie 5 zostało wyznaczone na podstawie mediany; pozostałe kolumny (4, 6, 7) odnoszą się do wartości przeciętnej (\bar{x}). Wartość prawdopodobieństwa straty wynosząca 0,5 oznacza, że mediana (wartość przeciętna) wyniosła zero.

W przypadku gdy wszystkie rozkłady charakteryzują się $h < 1$, powstaje problem niejednoznaczności rozwiązania. Przykładowo, w drugim wierszu tabeli 1 występują następujące wielkości: 0,534 (0,340), 0,581 (0,079), 0,554 (0,455), 0,557 (0,253). Oznacza to, że prawdopodobieństwo straty należy do przedziału [0,534, 0,581].

Na podstawie wyników tabeli 1 można zaobserwować następującą prawidłowość. Jeżeli dla danych dziennych uzyskuje się wartość prawdopodobieństwa straty większą od 0,5, to dla danych tygodniowych (miesięcznych) wartości te rosną, np. pierwsze trzy liczby zamieszczone w kolumnie 7 wynoszą: 0,521 (D), 0,557 (T), 0,669 (M). Jeżeli prawdopodobieństwo straty wyznaczone dla danych dziennych jest mniejsze od 0,5, to wartości dla danych tygodniowych (miesięcznych) wykazują tendencję malejącą, np. w kolumnie 4 dla spółki PKO BP dla 2010 roku występują liczby: 0,485 (D), 0,465 (T), 0,425 (M), a dla 2012 roku jest: 0,482 (D), 0,457 (T), 0,402 (M). Przyczyną tego jest rosnąca (co do wartości bezwzględnej) wartość współczynnika zysku względnego.

Tabela 1

Prawdopodobieństwo straty: rozkład normalny i rozkład Laplace’a

Spółka	Rok	Stopa	Rozkład normalny PN (h)	Rozkład Laplace’a PL1 (h)	Rozkład Laplace’a PL2 (h)	Rozkład Laplace’a PL3 (h)
1	2	3	4	5	6	7
ASSECOPOL	2010	D	0,512 (1,025)	0,500 (1,263)	0,521 (0,632)	0,521 (0,567)
		T	0,534 (0,340)	0,581 (0,079)	0,554 (0,455)	0,557 (0,253)
		M	0,614 (0,512)	0,459 (1,280)	0,641 (1,024)	0,669 (1,152)
	2011	D	0,503 (1,640)	0,500 (0,797)	0,504 (0,557)	0,505 (0,472)
		T	0,503(0,802)	0,525 (0,166)	0,505 (0,513)	0,505 (0,513)
		M	0,522 (0,256)	0,689 (0,256)	0,541 (0,640)	0,537 (0,384)
	2012	D	0,503 (1,362)	0,500 (0,868)	0,505 (0,408)	0,505 (0,350)
		T	0,509 (0,662)	0,496 (0,632)	0,514 (0,573)	0,516 (0,603)
		M	0,518 (0,384)	0,603 (0,384)	0,527 (0,128)	0,531 (0,512)

1	2	3	4	5	6	7
GTC	2010	D	0,500 (1,044)	0,500 (0,940)	0,500 (0,940)	0,500 (1,053)
		T	0,498 (0,513)	0,504 (0,658)	0,497 (0,600)	0,497 (0,802)
		M	0,505 (0,256)	0,487 (0,512)	0,508 (0,768)	0,508 (1,024)
	2011	D	0,550 (1,253)	0,597 (0,922)	0,579 (0,42)	0,581 (0,426)
		T	0,621 (0,484)	0,620 (0,889)	0,671 (1,033)	0,677 (1,351)
		M	0,834 (0,640)	0,759 (0,896)	0,848 (1,024)	0,873 (1,024)
	2012	D	0,491 (1,488)	0,500 (1,086)	0,484 (0,523)	0,484 (0,649)
		T	0,482 (0,514)	0,483 (0,308)	0,471 (0,308)	0,469 (0,308)
		M	0,456 (0,384)	0,307 (0,512)	0,439 (0,640)	0,428 (0,512)
PKO BP	2010	D	0,485 (0,940)	0,500 (0,782)	0,476 (1,115)	0,474 (0,986)
		T	0,465 (0,629)	0,460 (0,600)	0,447 (0,773)	0,442 (0,918)
		M	0,425 (0,128)	0,39 (0,128)	0,398 (0,128)	0,383 (0,256)
	2011	D	0,519 (1,287)	0,500 (0,500)	0,532 (0,437)	0,532 (0,375)
		T	0,549 (0,831)	0,522 (0,889)	0,571 (1,265)	0,579 (1,467)
		M	0,643 (0,256)	0,77 (0,512)	0,677 (0,256)	0,702 (0,256)
	2012	D	0,482 (0,276)	0,488 (0,868)	0,473 (0,919)	0,470 (0,862)
		T	0,457 (0,721)	0,533 (0,839)	0,434 (0,396)	0,429 (0,485)
		M	0,402 (0,512)	0,486 (0,64)	0,375 (0,512)	0,352 (0,896)
WIG20	2010	D	0,480 (0,748)	0,469 (0,765)	0,468 (0,742)	0,466 (0,776)
		T	0,450 (1,033)	0,371 (0,513)	0,424 (0,513)	0,419 (0,455)
		M	0,404 (0,256)	0,442 (0,256)	0,376 (0,256)	0,355 (0,512)
	2011	D	0,522 (1,777)	0,504 (0,871)	0,538 (0,392)	0,538 (0,392)
		T	0,557 (0,629)	0,562 (0,658)	0,590 (0,629)	0,591 (0,629)
		M	0,638 (0,128)	0,695 (0,256)	0,680 (0,256)	0,697 (0,256)
	2012	D	0,470 (0,471)	0,429 (0,488)	0,453 (0,764)	0,449 (0,804)
		T	0,426 (0,249)	0,416 (0,603)	0,399 (0,691)	0,384 (0,721)
		M	0,366 (0,256)	0,361 (0,896)	0,343 (0,640)	0,308 (0,896)
WIG	2010	D	0,472 (0,895)	0,442 (0,674)	0,454 (0,657)	0,452 (0,578)
		T	0,430 (0,571)	0,379 (0,571)	0,396 (0,311)	0,390 (0,571)
		M	0,371 (0,256)	0,382 (0,256)	0,340 (0,256)	0,314 (0,512)
	2011	D	0,494 (2,136)	0,494 (0,574)	0,541 (0,631)	0,540 (0,859)
		T	0,558 (0,831)	0,573 (0,802)	0,592 (0,744)	0,594 (0,744)
		M	0,644 (0,128)	0,677 (0,128)	0,684 (0,128)	0,704 (0,128)
	2012	D	0,457 (0,793)	0,448 (0,954)	0,434 (0,764)	0,429 (0,787)
		T	0,396 (0,190)	0,361 (0,514)	0,361 (0,721)	0,345 (0,514)
		M	0,320 (0,256)	0,257 (0,256)	0,291 (0,256)	0,258 (0,640)

Źródło: opracowanie własne.

Uwagi końcowe

Modelowanie rozkładu empirycznych stóp zwrotu za pomocą rozkładu Gaussa oraz trzech wariantów rozkładu Laplace'a umożliwia wybór rozkładu teoretycznego zapewniającego największą zgodność z danymi empirycznymi. W rezerwie pozostaje sześć metod estymacji

rozkładu GED. Wszystko to sprawia, że do wyznaczania prawdopodobieństwa straty można wykorzystać rozkład teoretyczny najlepiej aproksymujący empiryczną stopę zwrotu.

Z rysunku 1 wynika, że prawdopodobieństwo straty wyznaczone na podstawie rozkładu Laplace'a reaguje silniej na zmiany względnego współczynnika zysku, niż ma to miejsce w przypadku prawdopodobieństwa straty wyznaczonego na bazie rozkładu Gaussa.

Na rysunku 2 dokonano porównania zależności prawdopodobieństwa straty od wartości współczynnika zysku względnego dla różnych wartości współczynnika kształtu s rozkładu GED. Największa wrażliwość prawdopodobieństwa straty na zmianę współczynnika zysku względnego występuje się dla współczynnika kształtu $s = 0,7$. Najmniejszy zakres zmian wartości prawdopodobieństwa straty odnotowano dla współczynnika kształtu $s = 4,5$, przy czym zależność prawdopodobieństwa straty od współczynnika zysku względnego wyraża się funkcją liniową.

Z tabeli 1 wynika silna zależność wartości prawdopodobieństwa straty od interwału czasowego pomiaru stóp zwrotu.

Literatura

- Kotz S., Kozubowski T., Podgórski K. (2001), *The Laplace Distribution and Generalizations*. Birkhauser, Boston.
- Krupiński R., Purczyński J. (2006). *Approximated fast estimator for the shape parameter of generalized Gaussian distribution*, „Signal Processing”, vol. 86, nr 4, s. 205–211.
- Mentel G. (2012) *Ryzyko rynku akcji*, CeDeWu, Warszawa.
- Purczyński J., Bednarz K. (2012), *Metody estymacji parametrów uogólnionego rozkładu Gaussa*, „Technika Transportu Szynowego”, nr 9.
- Purczyński J., Bednarz K. (w druku), *Estimation of the shape parameter of GED distribution for a small sample size* (w druku w czasopiśmie naukowym Folia Oeconomica Stetinensia 2014).
- Sherman M. (1997), *Comparing the sample mean and sample median: an exploration in the Exponential Power Family*, „The American Statistician”, vol. 51, nr 1, s. 51–53.
- Sobczyk M. (2004), *Statystyka*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Tarczyński W., Mojsiewicz M. (2001), *Zarządzanie ryzykiem. Podstawowe zagadnienia*, PWE, Warszawa.

LOSS PROBABILITY FOR SELECTED DISTRIBUTIONS MODELING AN EMPIRICAL RETURN RATE DISTRIBUTION OF THE WIG20 COMPANIES

Abstract: *Purpose* – Literature often examines the loss probability for a distribution modeling an empirical return rate distribution being a normal distribution. The purpose of this paper was to determine the loss probability for the Laplace distribution and the GED modeling an empirical return rate distribution.

Design/Methodology/Approach – In the paper both mathematical and statistical methods were used. As a result of applying the mathematical methods, the approximate value of the integral describing the loss probability was determined. Statistical research consisted in determining the loss probability for selected distributions modeling empirical return rate distributions of selected WIG20 companies.

Findings – The result of the research are approximate formulas which help to determine the loss probability for the aforementioned distributions (normal, Laplace and GED) without the necessity of using statistical tables. Furthermore, a strong dependence of the value of the loss probability and the time interval of return rate measurements was noticed.

Originality/Value – The estimation of the loss probability value based on the Laplace and GED distributions was proposed. The application of these distributions assures better fit of the theoretical model to empirical data.

Keywords: loss probability, approximate formulas