

MARCIN W. MASTALERZ

METODA ELECTRE III W WYBORZE PLATFORMY LMS

1. Geneza problemu

Problematyka efektywnego wyboru platformy e-learningu klasy LMS (*learning management system*) – systemu zarządzania szkoleniami, coraz częściej odgrywa strategiczne znaczenie w uczelniach oraz w placówkach dydaktycznych¹. W opublikowanym w 1996 roku raporcie UNESCO, zwanym raportem Komisji J. Delorse’a – *Learning: the treasure within*, omawiającym kierunki i wskazania rozwoju edukacji XXI wieku, stwierdza się, że celem edukacji jest planowanie i budowanie naszej wspólnej przyszłości, którą będzie uczące się społeczeństwo, zgodnie z ideą i zasadą kształcenia ustawicznego². W raporcie sformułowano tezę o powstaniu i rozwoju systemów kształcenia ustawicznego (*continuing education*), która przekształciła się w koncepcję uczenia się przez całe życie (*life long education*), tworząc model uczącego się społeczeństwa (*learning society*). Swoje odbicie raport znalazł w *Strategii rozwoju kraju 2007–2015*, w której padło stwierdzenie, że podstawowymi elementami warunkującym rozwój społeczeństwa informacyjnego są edukacja i infrastruktura materialna SI, w tym zwłaszcza powszechny dostęp i wykorzystanie sieci Internet w postaci

¹ M. Hyla, *Przewodnik po e-learningu*, Oficyna Ekonomiczna, Kraków 2005.

² *Learning: the treasure within, Report to UNESCO of the International Commission on Education for the Twenty-first Century*, http://upo.unesco.org/details.aspx?Code_Livre=2413.

e-administracji, e-biznesu, e-ochrony zdrowia oraz e-edukacji³. Najważniejszym jednak wydarzeniem było powstanie w 2005 roku ustawy Prawo o szkolnictwie wyższym mającej ostatecznie uporządkować sprawy e-edukacji⁴. Po opublikowaniu rozporządzenia Ministra Nauki i Szkolnictwa Wyższego w sprawie warunków, jakie muszą być spełnione, aby zajęcia dydaktyczne na studiach mogły być prowadzone z wykorzystaniem metod i technik kształcenia na odległość z dnia 25 września 2007 roku, uczelnie otrzymały zielone światło na stosowanie nowej technologii w procesie dydaktycznym. Tu pojawił się problem właściwego wyboru platformy e-learning, która może wpłynąć na poprawę jakości świadczonych usług oraz zwiększyć ich zakres. Może to bezpośrednio lub pośrednio przełożyć się na polepszenie pozycji uczelni na rynku, a także poprawić wizerunek oraz prestiż jednostki.

Artykuł stanowi wprowadzenie do problematyki podejmowania decyzji, omówiono w nim szeroką grupę metod ELECTRE, które są wykorzystywane do rozwiązywania dyskretnych problemów wielokryterialnego podejmowania decyzji⁵. Główny nacisk został położony na metodę ELECTRE III, za której pomocą można porządkować warianty wyboru. Na jej podstawie został omówiony proces wyboru platformy LMS.

2. Relacja przewyższania we wspomaganii decyzji

Zagadnienie wyboru należy do problematyki podejmowania decyzji, która polega na wyznaczeniu wariantu decyzyjnego ze skończonego zbioru rozpatrywanych wariantów, spełniającego w największym stopniu założone cele⁶. Wybór właściwego rozwiązania związany jest z uwzględnieniem jednego lub wielu celów – kryteriów wyboru⁷. W przypadku uwzględniania przy wyborze wielu kryteriów mówimy o wielokryterialnym podejmowaniu decyzji. W procesie podejmowania decyzji wyróżniamy kilka podstawowych pojęć:

³ *Strategia rozwoju kraju 2007–2015*, Ministerstwo Rozwoju Regionalnego, Warszawa 2006, <http://www.mrr.gov.pl/srk>.

⁴ Prawo o szkolnictwie wyższym z dnia 27 lipca 2005 r., <http://www.abc.com.pl/serwis/du/2005/1365.htm>.

⁵ *Metody wielokryterialne na polskim rynku finansowym*, red. T. Trzaskalik, Wydawnictwo PWE, Warszawa 2006.

⁶ E. Turban, J.E. Aronson, *Decision Support Systems and intelligent Systems*, Prentice Hall 2001.

⁷ B. Roy, *Wielokryterialne wspomaganie decyzji*, WNT, Warszawa 1990.

- sytuacja decyzyjna – okoliczności podejmowania decyzji,
- decydent – podmiot procesu decyzyjnego (człowiek, grupa ludzi, maszyna),
- problem decyzyjny – przykładowo, wybór systemu LMS,
- warianty decyzyjne – zbiór systemów LMS, z którego wybieramy,
- kryteria wyboru – mierniki doskonałości i jakości wariantu decyzyjnego (cena, kompatybilność, użyteczność)⁸.

Rozwiązanie problemu decyzyjnego w postaci wyboru systemu LMS może sprowadzać się do wyznaczenia postaci analitycznej funkcji użyteczności (użyteczności wieloatrybutowej), a następnie określenia wariantu decyzyjnego, dla którego funkcja przyjmuje wartość maksymalną⁹. Na takich podstawach opiera się amerykańska metoda analizy hierarchicznej AHP (*analytic hierarchy process*) zaproponowana przez Saaty'ego¹⁰. W artykule skoncentrowano się jednak na innym sposobie rozwiązania problemu decyzyjnego, jakim jest podejście europejskie, oparte na relacji przewyższania¹¹. Polega ono na porównywaniu wariantów decyzyjnych parami i wyznaczaniu podstawowych oraz zgrupowanych zależności. Do podstawowych zależności należą:

- I – równoważność,
- P – preferencja silna,
- Q – preferencja słaba,
- R – nieporównywalność.

Tworzą one następujące twierdzenia:

$$a^i I a^j, a^i P a^j, a^i Q a^j, a^j P a^i, a^j Q a^i, a^j R a^i,$$

gdzie $a \in A$ – zbioru wariantów decyzyjnych takich, że $A = \{a^1, a^2, \dots, a^m\}$.

Zgrupowane zależności zostały zdefiniowane następująco:

- N – brak preferencji – sytuacja I oraz R bez możliwości ich rozróżnienia,
- L – preferencja w szerokim sensie – sytuacja P oraz Q bez możliwości ich rozróżnienia,
- J – przypuszczenie preferencji – sytuacja Q oraz I bez możliwości ich rozróżnienia,
- K – K -preferencja – sytuacja P oraz R bez możliwości ich rozróżnienia,

⁸ T. Szapiro, *Decyzje menedżerskie z Excelem*, Wydawnictwo PWN, Warszawa 2000.

⁹ *Metody wielokryterialne...*

¹⁰ T.L. Saaty, *How to Make a Decision: The Analytic Hierarchy Process*, "European Journal of Operational Research" 1990, no. 48, s. 9–26.

¹¹ B. Roy, *Wielokryterialne wspomaganie...*

- S – przewyższanie – sytuacja P oraz Q oraz R bez możliwości ich rozróżnienia¹².

Aby można było analizować zbiory wariantów decyzyjnych, należy dla nich wyznaczyć funkcje kryterialne, które będą odzwierciedlać preferencje decydenta:

$$F = \{f_1, f_2, \dots, f_k\}.$$

Jeżeli funkcja $f_k(a^i)$ reprezentować będzie wariant a^i oceniany względem kryterium f_k to sytuacja przewyższania przyjmie postać:

$$\forall a^i, a^j \in A \quad f_k(a^i) \leq f_k(a^j) \Rightarrow a^j S_k a^i. \quad (1)$$

Oznacza to w uroszczeniu, że jeżeli wariant decyzyjny i na kryterium k jest mniejszy (gorszy) od wariantu decyzyjnego j na tym samym kryterium, to wariant j przewyższa wariant i .

W niektórych zastosowaniach wyznaczane są dodatkowo progi na kryteriach, które pozwalają opisać typy preferencji (silną, słabą, brak) w zależności od różnicy między dwoma wariantami na danym kryterium. Wartości progów mogą przyjmując postać liniową, zależną od wartości na kryterium. Wyróżniamy progi:

- Nierozróżnialności (równoważności) (q_k) – określa o ile muszą się różnić dwa warianty na danym kryterium, aby przestały być uważane za nierozróżnialne. Poniżej wartości progu nierozróżnialności uznaje się, że warianty są takie same. Progiem równoważności związanym z kryterium f_k nazywamy funkcję $q_k[f_k(a^i)]$ taką, że

$$\forall a^i, a^j \in i$$

$$0 \leq f_k(a^j) - f_k(a^i) \leq q_k[f_k(a^i)] \Rightarrow a^j I_k a^i \wedge f_k(a^j) - f_k(a^i) > q_k[f_k(a^i)] \Rightarrow a^j L_k a^i. \quad (2)$$

- Preferencji (p_k) – określa, o ile muszą się różnić dwa warianty na danym kryterium, aby jeden okazał się silniej preferowany od drugiego. Dodatkowo musi być spełniona nierówność $p_k > q_k$. Pomiędzy progami q_k i p_k występuje słaba preferencja. Progiem preferencji związanym z kryterium f_k nazywamy funkcję $p_k[f_k(a^i)]$ taką, że

$$\forall a^i, a^j \in A,$$

$$f_k(a^j) - f_k(a^i) > p_k[f_k(a^i)] \Rightarrow a^j P_k a^i \wedge 0 \leq f_k(a^j) - f_k(a^i) \leq p_k[f_k(a^i)] \Rightarrow a^j J_k a^i. \quad (3)$$

¹² Tamże.

- Veta (v_k) – wykorzystywany w przypadku zbyt dużej różnicy pomiędzy wariantami na kryteriach. Przekroczenie progu weta odrzuca hipotezę o przewyższeniu jednego wariantu nad drugim. Progiem preferencji związanym z kryterium f_k nazywamy funkcję $v_k[f_k(a^i)]$.

Jeśli¹³ wariant a^i jest lepszy od a^j na kryterium o mniej niż q_k , to nadal warianty są nierozróżnialne, jeśli jest lepszy o wartość między q_k a p_k , to wariant a^i jest słabo preferowany nad a^j , jeśli jest lepszy o więcej niż p_k , to wariant a^i jest silnie preferowany nad a^j .

3. Metody ELECTRE

Metody ELECTRE (*elimination et choice translating reality*) należą do grupy najbardziej zaawansowanych metod wielokryterialnych. W przeciwieństwie do bardzo popularnych metod MAUT (*multiattribute utility theory*)¹⁴ oraz, wspomnianej już, AHP związanych z wieloatrybutową funkcją użyteczności, metody ELECTRE oparte są na relacji przewyższania. Polegają między innymi na pojęciu częściowego uporządkowania alternatyw oraz porównywaniu ich parami i na tej podstawie tworzone są zbiory zgodności i niezgodności. Końcowym efektem może być graf przedstawiający uporządkowanie alternatyw.

Pierwsza z metod ELECTRE zaprezentowana została w roku 1966. Od tego czasu zaproponowano wiele jej odmian dostosowanych do specyfiki różnego rodzaju problemów decyzyjnych, takich jak:

- zagadnienia wyboru najlepszego wariantu decyzyjnego (ELECTRE I, ELECTRE IS),
- problem sortowania – klasyfikacji (ELECTRE TRI),
- porządkowanie wariantów decyzyjnych (ELECTRE II, ELECTRE III, ELECTRE IV)¹⁵.

Powstało także kilka pochodnych metod ELECTRE, takich jak metoda Bipolar, zmodyfikowana metoda Bipolar, ELECTRE rozszerzone o dominacje stochastyczną i probabilistyczną.

¹³ Tamże.

¹⁴ Metoda opisana w pracy R.L. Keeney, H. and Raiffa, *Decisions with Multiple Objectives: Preferences and Value Tradeoffs*, Wiley, New York 1976.

¹⁵ *Metody wielokryterialne...*

W artykule skoncentrowano się na metodzie ELECTRE III, która umożliwia dokonanie wyboru najlepszego wariantu decyzyjnego, dzięki uporządkowaniu ich z punktu widzenia decydenta wyrażonego przez jego preferencje.

Metoda rozpoczyna się od określenia zbioru wariantów decyzyjnych A , którymi w naszym przypadku będą fikcyjne systemy LMS (a^1, a^2, a^3) . W następnym kroku określa się rodzinę kryteriów F , czyli oceniane cechy systemów, takie jak cena, funkcjonalność, wsparcie techniczne i inne (f_1, f_2, f_3, \dots) . Następnie na podstawie analizy preferencji decydenta przyjmuje się progi równoważności oraz progi preferencji. Dodatkowo decydent musi określić wagi kryteriów (w_k) oznaczające ważność k -tego kryterium. Wagi mogą być liczbami dodatnimi z dowolnego zakresu. Im większa liczba, tym kryterium bardziej się liczy w stosunku do innych. Choć w oryginalnej wersji metody suma kryteriów może być dowolna, tu przyjmujemy, że suma kryteriów równa się 1:

$$\sum_{k=1}^n w_k = 1. \quad (4)$$

Dla każdej pary wariantów (a^i, a^j) obliczamy wartość współczynnika zgodności $c(a^i, a^j)$:

$$c(a^i, a^j) = \sum_{k=1}^n w_k \varphi_k(a^i, a^j), \quad (5)$$

gdzie $\varphi_k(a^i, a^j)$ wynosi odpowiednio:

$$\left. \begin{array}{l} 1, \quad \text{gdy } f_k(a^i) + q_k[f_k(a^i)] \geq f_k(a^j), \\ \frac{f_k(a^i) + p_k[f_k(a^i)] - f_k(a^j)}{p_k[f_k(a^i)] - q_k[f_k(a^i)]}, \quad \text{gdy } f_k(a^i) + q_k[f_k(a^i)] < f_k(a^j) \leq f_k(a^i) + p_k[f_k(a^i)], \\ 0 \quad \quad \quad \text{w przeciwnym przypadku.} \end{array} \right\} \quad (6)$$

Współczynnik wiarygodności wyznaczany jest ze wzoru:

$$\sigma(a^i, a^j) = c(a^i, a^j) \prod_{k \in D_c(a^i, a^j)} \frac{1 - d_k(a^i, a^j)}{1 - c(a^i, a^j)}, \quad (7)$$

gdzie $d_k(a^i, a^j)$ wynosi odpowiednio:

$$\left. \begin{array}{l} 1, \\ 0, \\ \frac{f_k(a^j) - f_k(a^i) + p_k[f_k(a^i)]}{v_k[f_k(a^i)] - p_k[f_k(a^i)]} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{gdy } f_k(a^j) > f_k(a^i) + v_k[f_k(a^i)], \\ \text{gdy } f_k(a^j) \leq f_k(a^i) + p_k[f_k(a^i)], \\ \text{w pozostałych przypadkach.} \end{array} \quad (8)$$

$$D_c(a^i, a^j) = \{k : d_k(a^i, a^j) > c(a^i, a^j)\}. \quad (9)$$

4. Proces wyboru platformy LMS

Informacje wejściowe do badania zostały zaczerpnięte z raportu *Systemy zarządzania procesem dydaktycznym LMS – bariery i atuty (Learning Management System – LMS – Barriers and Features)*¹⁶. Na tej podstawie, analizując bariery oraz atuty systemów, wyznaczono najważniejsze cechy, które powinny być brane pod uwagę podczas wyboru systemu. Stały się one kryteriami wyboru F:

- f_1 – koszt systemu – powinien uwzględniać koszt zakupu platformy oraz dodatkowych jej elementów (na przykład sprzęt komputerowy i telekomunikacyjny), szacunkowe koszty wdrożenia i późniejszej eksploatacji itp. Koszt systemu nie uwzględnia ceny materiałów szkoleniowych; jest wyrażony w jednostkach pieniężnych, jednak na potrzeby artykułu został określony jako: 1 – bardzo wysoki, 2 – wysoki, 3 – średni, 4 – niski, 5 – bardzo niski.
- f_2 – wsparcie techniczne – dodatkowa pomoc we wdrożeniu systemu i późniejszej jego eksploatacji, szkolenia personelu itp. Wsparcie będzie określane jako: 1 – brak wsparcia, 2 – dokumentacja, 3 – dokumentacja oraz pomoc techniczna, 4 – kompleksowe wsparcie.
- f_3 – profilowanie (personalizacja) – możliwość tworzenia kont użytkowników ze swobodnym ich dostosowywaniem do potrzeb oraz preferencji każdego z osobna użytkownika. Profilowanie określać będą parametry: 1 – brak, 2 – częściowe, 3 – dobre.

¹⁶ *Learning Management System – LMS – Barriers and Features*, <http://elearningtech.pbwiki.com>.

- f_4 – kompatybilność z innymi systemami – możliwość współpracy platformy z innymi systemami informatycznymi, na przykład systemem finansowo-księgowym. Parametry to: 1 – brak, 2 – mała, 3 – duża.
- f_5 – raporty i statystyki – możliwość śledzenia aktywności uczestników szkoleń i generowania dla nich zestawień zawierających wybrane informacje. Kryterium to będzie określone jako: 1 – brak, 2 – częściowe, 3 – rozbudowane.
- f_6 – dostępność materiałów szkoleniowych – kryterium to będzie uwzględniało dostępność materiałów szkoleniowych dla danej platformy – związane to jest także z obsługą standardów, na przykład SCORM. Mogą to być materiały darmowe lub odpłatne. Kryterium to będzie charakteryzowane za pomocą parametrów: 1 – brak materiałów lub brak obsługi standardu, 2 – tylko materiały odpłatne, 3 – materiały odpłatne i darmowe (w małej ilości), 4 – materiały odpłatne i darmowe (w dużej ilości).
- f_7 – mechanizmy oceniania – automatyczny mechanizm wspomagający weryfikację wiedzy i nadawana ocena dla użytkowników. Kryterium wyrażane będzie za pomocą parametrów: 1 – brak, 2 – częściowy, 3 – kompletny.

Jako alternatywy wyboru A posłużyły cztery hipotetyczne systemy klasy LMS (a_1, a_2, a_3, a_4).

W pierwszym etapie należy, dla wybranych alternatyw wyboru A , określić wartości dla przyjętych kryteriów ocen F . Odbywa się to na podstawie analizy wszystkich potencjalnych rozwiązań LMS. Mogą to być informacje dostarczone od producenta lub od istniejących użytkowników poszczególnych platform. Dobrze wykorzystać niezależne badania i analizy. Na potrzeby artykułu wartości zostały dobrane losowo. Wynikiem analizy jest model matematyczny wielokryterialnego problemu decyzyjnego w postaci macierzy decyzyjnej, w której wiersze A przedstawiają warianty decyzyjne – hipotetyczne systemy LMS, a kolumny F wcześniej określone kryteria decyzyjne.

Tabela 1

Macierz decyzyjna

	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7
a^1	5	2	3	2	3	4	2
a^2	3	2	2	1	3	2	3
a^3	3	3	2	2	2	3	2
a^4	1	4	3	2	3	2	3

Źródło: opracowanie własne.

Należy także określić wartości współczynników wagowych, progów równoważności, preferencji oraz weta przyporządkowanych dla poszczególnych kryteriów F (tabela 2). Są to preferencje decydentów. One różnicują wybór i informują, na co kładzie się największy nacisk przy doborze systemu. W rozpatrywanym przypadku największy nacisk jest kładziony na f_6 oraz f_1 , czyli na dostępność materiałów oraz koszty systemu, najmniejszy zaś na oferowane przez system raporty i statystyki.

Tabela 2

Wartości współczynników wagowych, progów równoważności, preferencji oraz weta

	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7
W	0,2	0,15	0,1	0,11	0,07	0,25	0,12
$q_k[f_k(a^i)]$	1	0	0	0	0	1	0
$p_k[f_k(a^i)]$	2	0	0	0	0	2	0
$v_k[f_k(a^i)]$	4	3	3	2	2	3	2

Źródło: opracowanie własne.

Kolejnym etapem jest wyznaczenie zbioru zgodności. Trzeba to zrobić dla $k = 1$ do 7 kolejnych par wariantów decyzyjnych, dla których obliczamy wartości $\varphi_k(a^i, a^j)$, korzystając ze wzoru (6):

$$\varphi_1(a^1, a^1) = 1, \text{ ponieważ } f_1(a^1) + q_1[f_1(a^1)] \geq f_1(a^1) \Rightarrow 5 + 1 \geq 5,$$

$$\varphi_1(a^4, a^1) = 0, \text{ ponieważ } f_1(a^1) > f_1(a^4) + p_1[f_1(a^1)] \Rightarrow 5 > 1 + 2,$$

$$\varphi_1(a^4, a^3) = 0, \text{ ponieważ } f_1(a^4) + q_1[f_1(a^4)] < f_1(a^3) \leq f_1(a^4) + p_1[f_1(a^4)] \Rightarrow \\ 1 + 1 < 3 \leq 1 + 2,$$

$$\frac{f_1(a^4) + p_1[f_1(a^4)] - f_1(a^3)}{p_1[f_1(a^4)] - q_1[f_1(a^4)]} = \frac{1 + 2 - 3}{1 - 2} = 0.$$

.....

Tabela 3

Wartości elementów macierzy Φ_1

Φ_1	a^1	a^2	a^3	a^4
a^1	1	1	1	1
a^2	0	1	1	1
a^3	0	1	1	1
a^4	0	0	0	1

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 4

Wartości elementów macierzy Φ_7

Φ_7	a^1	a^2	a^3	a^4
a^1	1	0	1	0
a^2	1	1	1	1
a^3	1	0	1	0
a^4	1	1	1	1

Źródło: opracowanie własne.

Na podstawie wcześniej obliczonych wartości funkcji $\varphi_k(a^i, a^j)$ wyznaczony współczynnik zgodności $c(a^i, a^j)$ na podstawie wzoru (5) i otrzymujemy macierz współczynników zgodności przedstawioną w tabeli 5.

Tabela 5

Macierz współczynników zgodności

C	a^1	a^2	a^3	a^4
a^1	1	0,88	0,85	0,73
a^2	0,34	1	0,74	0,64
a^3	0,63	0,81	1	0,56
a^4	0,55	0,8	0,8	1

Źródło: opracowanie własne.

Współczynnik zgodności określa siłę przewagi wariantu a^i nad wariantem a^j , jednak przewaga może być osłabiona w przypadku, gdy chociaż jedno kryterium wariantu a^j jest silniej preferowane nad wariantem a^i . Dlatego gdy różnica między ocenami wariantów ze względu na kryterium f_k przekracza wartość progu weta, hipotezę o przewyższaniu a^j nad a^i należy odrzucić.

Aby obliczyć wskaźnik wiarygodności, należy policzyć dla $K = 1$ i kolejnych wariantów wartości $d_1(a^i, a^j)$, korzystając ze wzoru (8). W wyniku otrzymujemy macierze od D_1 do D_7 .

Tabela 6

Wartości elementów macierzy D_1

D_1	a^1	a^2	a^3	a^4
a^1	0	0	0	0
a^2	0	0	0	0
a^3	0	0	0	0
a^4	1	0	0	0

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 7

Wartości elementów macierzy D_7

D_7	a^1	a^2	a^3	a^4
a^1	0	0,5	0	0,5
a^2	0	0	0	0
a^3	0	0,5	0	0,5
a^4	0	0	0	0

Źródło: opracowanie własne.

Następnie ze wzoru (9) wyznaczamy $D_c(a^i, a^j)$, w wyniku czego otrzymujemy macierz przedstawioną w tabeli 8.

Tabela 8

Zbiory $D_c(a^i, a^j)$

D7	a^1	a^2	a^3	a^4
a^1	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset
a^2	{4}	\emptyset	\emptyset	{2}
a^3	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset
a^4	{1}	\emptyset	\emptyset	\emptyset

Źródło: opracowanie własne.

W przypadku, gdy $D_c(a^i, a^j)$ jest zbiorem pustym, to współczynnik wiarygodności jest równy współczynnikowi zgodności. Należy obliczyć wiarygodności dla zbiorów niepustych ze wzoru (7).

$$\sigma(a^2, a^1) = c(a^2, a^1) \prod_{k \in D_c(a^2, a^1)} \frac{1 - d_k(a^2, a^1)}{1 - c(a^2, a^1)} = 0,34 \cdot \frac{1-1}{1-0,34} \cdot \frac{1-1}{1-0,34} \cdot \frac{1-1}{1-0,34} = 0.$$

.....

Tabela 9

Macierz wskaźników wiarygodności

$\sigma(a^i, a^j)$	a^1	a^2	a^3	a^4
a^1	1	0,88	0,85	0,73
a^2	0	1	0,74	0
a^3	0,63	0,81	1	0,56
a^4	0	0,8	0,8	1

Źródło: opracowanie własne.

Obliczenie macierzy wskaźników wiarygodności może być wykorzystane do wyznaczenia dwóch porządków całkowitych Z_1, Z_2 . Porządek Z_1 jest scharakteryzowany przez podział zbioru A na r klas oznaczonych ζ_h uporządkowanych od $h = 1$ (klasa najwyższa) do $h = r$. Porządek Z_2 jest scharakteryzowany przez podział zbioru A na p klas oznaczonych ζ_h uporządkowanych od $h = 1$ do

$h = p$. Porządek Z_1 uzyskiwany jest przez zastosowanie procedury destylacji zstępującej, porządek Z_2 destylacji wstępującej.

Wyznaczenie przodku wariantów decyzyjnych za pomocą procedury destylacji zstępującej odbywa się w kilku krokach.

Krok pierwszy

1. Przyjmujemy:

$$n = 0, \overline{A_0} = \{a^1, a^2, a^3, a^4\}.$$

2. Ustalamy:

$$\lambda_0 = \max \sigma(a^i, a^j), \quad \text{gdzie } a^i, a^j \in \overline{A_0}, a^i \neq a^j, \\ \lambda_0 = 1.$$

3. Przyjmujemy:

$$k = 0, D_0 = \overline{A_0} = \{a^1, a^2, a^3, a^4\}.$$

4. Obliczamy współczynnik λ_{k+1} według wzoru:

$$\lambda_{k+1} = \left\{ \begin{array}{l} 0, \\ \max \sigma(a^i, a^j), \\ a^i, a^j \in D_k \text{ w pozostałych przypadkach.} \end{array} \right. \left. \begin{array}{l} \text{gdzie } \forall_{a^i, a^j \in D_k} \sigma(a^i, a^j) > \lambda_k - s(\lambda_k), \\ \text{gdzie } \sigma(a^i, a^j) < \lambda_k - s(\lambda_k), \end{array} \right\} \quad (10)$$

$$\lambda_1 = \max \sigma(a^i, a^j), \quad \text{gdzie } \sigma(a^i, a^j) < 1 - 0,15 \quad a^i, a^j \in D_k,$$

$$\lambda_1 = 0,81.$$

5. Dla każdego $a^i \in D_0$ obliczamy ocenę $q_{D_0}^{\lambda_1}(a^i)$ według wzoru:

$$q_D^{\lambda}(a^i) = p_D^{\lambda}(a^i) - f_D^{\lambda}(a^i), \quad (11)$$

gdzie $p_D^{\lambda}(a^i)$ to liczba wariantów należących do D , w stosunku do których a^i jest preferowane w sensie relacji λ -preferencji, $f_D^{\lambda}(a^i)$ to liczba wariantów należących do D , które są preferowane w stosunku do a^i w sensie relacji λ -preferencji.

Relację λ -preferencji definiujemy następująco:

$$a^i >^{\lambda} a^j \Leftrightarrow \sigma(a^i, a^j) - s[\sigma(a^i, a^j)] > \sigma(a^j, a^i) \quad \text{if } \sigma(a^i, a^j) > \lambda, \quad (12)$$

$$p_{D_0}^{\lambda_1}(a^1) = 3 \quad f_{D_0}^{\lambda_1}(a^1) = 0 \quad q_{D_0}^{\lambda_1}(a^1) = 3,$$

$$p_{D_0}^{\lambda_1}(a^2) = 0 \quad f_{D_0}^{\lambda_1}(a^2) = 1 \quad q_{D_0}^{\lambda_1}(a^2) = -1,$$

$$p_{D_0}^{\lambda_1}(a^3) = 0 \quad f_{D_0}^{\lambda_1}(a^3) = 1 \quad q_{D_0}^{\lambda_1}(a^3) = -1,$$

$$p_{D_0}^{\lambda_1}(a^4) = 0 \quad f_{D_0}^{\lambda_1}(a^4) = 0 \quad q_{D_0}^{\lambda_1}(a^4) = 0.$$

6. Określamy:

$$\overline{q_{D_0}} = \max q_{D_0}^{\lambda_1}(a^i) = 3.$$

7. Wyznaczamy:

$$\overline{D_1} = \left\{ a^i \in D_0 : q_{D_0}^{\lambda_1}(a^i) = \overline{q_{D_0}} \right\} = \{a^1\}.$$

8. Ponieważ liczba elementów zbioru $\overline{D_1}$ jest równa 1, to przechodzimy do punktu 9.

9. Przyjmujemy:

$$\overline{C_1} = \overline{D_1} = \{a^1\}, \quad \overline{A_1} = \overline{A_0} \setminus \overline{C_1} = \{a^2, a^3, a^4\}.$$

10. Przyjmujemy $n = 1$. Ponieważ liczba elementów zbioru $\overline{A_1}$ jest większa od 1, to przechodzimy do punktu 2.

Krok drugi

2. Ustalamy:

$$\lambda_0 = \max \sigma(a^i, a^j), \quad \text{gdzie } a^i, a^j \in \overline{A_1}, a^i \neq a^j,$$

$$\lambda_0 = 1.$$

3. Przyjmujemy:

$$k = 0, \quad D_0 = \overline{A_1} = \{a^2, a^3, a^4\}.$$

4. Obliczamy współczynnik λ_{k+1} według wzoru (10):

$$\lambda_1 = \max \sigma(a^i, a^j), \quad \text{gdzie } \sigma(a^i, a^j) < 1 - 0,15 \quad a^i, a^j \in D_k,$$

$$\lambda_1 = 0,81.$$

5. Dla każdego $a^i \in D_0$ obliczamy ocenę $q_{D_0}^{\lambda_1}(a^i)$ według wzoru (11), (12):

$$p_{D_0}^{\lambda_1}(a^2) = 0 \quad f_{D_0}^{\lambda_1}(a^2) = 0 \quad q_{D_0}^{\lambda_1}(a^2) = 0,$$

$$p_{D_0}^{\lambda_1}(a^3) = 0 \quad f_{D_0}^{\lambda_1}(a^3) = 0 \quad q_{D_0}^{\lambda_1}(a^3) = 0,$$

$$p_{D_0}^{\lambda_1}(a^4) = 0 \quad f_{D_0}^{\lambda_1}(a^4) = 0 \quad q_{D_0}^{\lambda_1}(a^4) = 0.$$

6. Określamy:

$$\overline{q_{D_0}} = \max q_{D_0}^{\lambda_1}(a^i) = 0.$$

7. Wyznaczamy:

$$\overline{D_1} = \left\{ a^i \in D_0 : q_{D_0}^{\lambda_1}(a^i) = \overline{q_{D_0}} \right\} = \{a^2, a^3, a^4\}.$$

8. Ponieważ liczba elementów zbioru $\overline{D_1}$ jest większa od 1 $\lambda_1 > 0$, to przyjmujemy $k = 1$, $D_1 = \overline{A_1} = \{a^2, a^3, a^4\}$ i przechodzimy do punktu czwartego.

4. Obliczamy współczynnik λ_2 :

$$\lambda_2 = \max \sigma(a^i, a^j), \quad \text{gdzie} \quad \sigma(a^i, a^j) < 0,81 - 0,1785 \quad a^i, a^j \in D_k,$$

$$\lambda_2 = 0,56.$$

5. Dla każdego $a^i \in D_1$ obliczamy ocenę $q_{D_1}^{\lambda_2}(a^i)$:

$$p_{D_1}^{\lambda_2}(a^2) = 0 \quad f_{D_1}^{\lambda_2}(a^2) = 1 \quad q_{D_1}^{\lambda_2}(a^2) = -1,$$

$$p_{D_1}^{\lambda_2}(a^3) = 0 \quad f_{D_1}^{\lambda_2}(a^3) = 1 \quad q_{D_1}^{\lambda_2}(a^3) = -1,$$

$$p_{D_1}^{\lambda_2}(a^4) = 2 \quad f_{D_1}^{\lambda_2}(a^4) = 0 \quad q_{D_1}^{\lambda_2}(a^4) = 2.$$

6. Określamy:

$$\overline{q_{D_1}} = \max q_{D_1}^{\lambda_2}(a^i) = 2.$$

7. Wyznaczamy:

$$\overline{D_2} = \left\{ a^i \in D_1 : q_{D_1}^{\lambda_2}(a^i) = \overline{q_{D_1}} \right\} = \{a^4\}.$$

8. Ponieważ liczba elementów zbioru $\overline{D_2}$ jest równa 1, to przechodzimy do punktu 9.

9. Przyjmujemy:

$$\overline{C}_2 = \overline{D}_2 = \{a^4\}, \quad \overline{A}_2 = \overline{A}_1 \setminus \overline{C}_2 = \{a^2, a^3\}.$$

10. Przyjmujemy $n = 2$. Ponieważ liczba elementów zbioru \overline{A}_1 jest większa od 1, to przechodzimy do punktu 2.

Krok trzeci

2. Ustalamy:

$$\lambda_0 = \max \sigma(a^i, a^j), \quad \text{gdzie } a^i, a^j \in \overline{A}_2, a^i \neq a^j,$$

$$\lambda_0 = 1.$$

3. Przyjmujemy:

$$k = 0, \quad D_0 = \overline{A}_2 = \{a^2, a^3\}.$$

4. Obliczamy współczynnik λ_{k+1} :

$$\lambda_1 = \max \sigma(a^i, a^j), \quad \text{gdzie } \sigma(a^i, a^j) < 1 - 0,15 \quad a^i, a^j \in D_k,$$

$$\lambda_1 = 0,81.$$

5. Dla każdego $a^i \in D_0$ obliczamy ocenę $q_{D_0}^{\lambda_1}(a^i)$:

$$p_{D_0}^{\lambda_1}(a^2) = 0 \quad f_{D_0}^{\lambda_1}(a^2) = 0 \quad q_{D_0}^{\lambda_1}(a^2) = 0,$$

$$p_{D_0}^{\lambda_1}(a^3) = 0 \quad f_{D_0}^{\lambda_1}(a^3) = 0 \quad q_{D_0}^{\lambda_1}(a^3) = 0.$$

6. Określamy:

$$\overline{q}_{D_0} = \max q_{D_0}^{\lambda_1}(a^i) = 0.$$

7. Wyznaczamy:

$$\overline{D}_1 = \left\{ a^i \in D_0 : q_{D_0}^{\lambda_1}(a^i) = \overline{q}_{D_0} \right\} = \{a^2, a^3\}.$$

8. Ponieważ liczba elementów zbioru \overline{D}_1 jest większa od 1 $\lambda_1 > 0$, to przyjmujemy $k = 3$, $D_1 = \overline{A}_2 = \{a^2, a^3\}$ i przechodzimy do punktu czwartego.

4. Obliczamy współczynnik λ_2

$$\lambda_2 = \max \sigma(a^i, a^j), \quad \text{gdzie} \quad \sigma(a^i, a^j) < 0,81 - 0,1785 \quad a^i, a^j \in D_k,$$

$$\lambda_2 = 0,56.$$

5. Dla każdego $a^i \in D_0$ obliczamy ocenę $q_{D_0}^{\lambda_2}(a^i)$:

$$p_{D_0}^{\lambda_2}(a^2) = 0 \quad f_{D_0}^{\lambda_2}(a^2) = 0 \quad q_{D_0}^{\lambda_2}(a^2) = 0,$$

$$p_{D_0}^{\lambda_2}(a^3) = 0 \quad f_{D_0}^{\lambda_2}(a^3) = 0 \quad q_{D_0}^{\lambda_2}(a^3) = 0.$$

6. Określamy:

$$\overline{q_{D_0}} = \max q_{D_0}^{\lambda_2}(a^i) = 0.$$

7. Wyznaczamy:

$$\overline{D}_2 = \left\{ a^i \in D_1 : q_{D_1}^{\lambda_2}(a^i) = \overline{q_{D_1}} \right\} = \{a^2, a^3\}.$$

8. Ponieważ liczba elementów zbioru \overline{D}_2 jest większa od 1 $\lambda_1 > 0$, to przyjmujemy $k = 4$, $D_2 = \overline{A}_2 = \{a^2, a^3\}$ i przechodzimy do punktu czwartego.

4. Obliczamy współczynnik λ_3

$$\lambda_3 = \max \sigma(a^i, a^j), \quad \text{gdzie} \quad \sigma(a^i, a^j) < 0,56 - 0,216 \quad a^i, a^j \in D_k,$$

$$\lambda_3 = 0.$$

5. Dla każdego $a^i \in D_0$ obliczamy ocenę $q_{D_0}^{\lambda_2}(a^i)$:

$$p_{D_0}^{\lambda_2}(a^2) = 0 \quad f_{D_0}^{\lambda_2}(a^2) = 0 \quad q_{D_0}^{\lambda_2}(a^2) = 0,$$

$$p_{D_0}^{\lambda_2}(a^3) = 0 \quad f_{D_0}^{\lambda_2}(a^3) = 0 \quad q_{D_0}^{\lambda_2}(a^3) = 0.$$

6. Określamy:

$$\overline{q_{D_0}} = \max q_{D_0}^{\lambda_2}(a^i) = 0.$$

7. Wyznaczamy:

$$\overline{D}_2 = \left\{ a^i \in D_1 : q_{D_1}^{\lambda_2}(a^i) = \overline{q_{D_1}} \right\} = \{a^2, a^3\}.$$

8. Ponieważ liczba elementów zbioru \bar{D}_2 jest większa od 1 ale $\lambda_3 = 0$ to przechodzimy do punktu dziewiątego.

9. Przyjmujemy:

$\bar{C}_3 = \bar{D}_2 = \{a^2, a^3\}$ i kończymy procedurę destylacji.

W wyniku destylacji zstępującej otrzymano podział wariantów na trzy klasy uporządkowane od najwyższej \bar{C}_1 do najniższej \bar{C}_3 . $\bar{C}_1 = \{a^1\}$, $\bar{C}_2 = \{a^4\}$, $\bar{C}_3 = \{a^2, a^3\}$.

Kolejnym etapem jest wyznaczenie porządku wariantów decyzyjnych za pomocą procedury wstępującej, podobnej do zstępującej, w której $q_{D_0} = \min q_{D_0}^i(a^i)$. W jej wyniku otrzymujemy podział wariantów na klasy uporządkowane od klasy najwyższej \underline{C}_3 do klasy najniższej \underline{C}_1 . $\underline{C}_3 = \{a^1\}$, $\underline{C}_2 = \{a^4\}$, $\underline{C}_1 = \{a^2, a^3\}$.

Ostatnim etapem metody jest końcowe wyznaczenie rankingu wariantów. Polega to na analizie relacji między wariantami i określeniu relacji przewyższania (tabela 10).

Tabela 10

Relacja przewyższania

	a^1	a^2	a^3	a^4
a^1	I	P	P	P
a^2	P-	I	I	P-
a^3	P-	I	I	P-
a^4	P-	P	P	I

Źródło: opracowanie własne.

Prowadzi to do stworzenia ostatecznego rankingu (tabela 11), na którego podstawie można dokonać wyboru najlepszego rozwiązania. W tym przypadku jest to hipotetyczny system oznaczony jako alternatywa a^1 .

Tabela 11

Wyniki destylacji oraz ranking końcowy

Destylacja zstępująca		Destylacja wstępująca		Ranking końcowy	
klasa	warianty	klasa	warianty	klasa	warianty
1	a ¹	3	a ¹	1	a ¹
2	a ⁴	2	a ⁴	2	a ⁴
3	a ² , a ³	1	a ² , a ³	3	a ² , a ³

Źródło: opracowanie własne.

Podsumowanie

Problem wyboru platformy LMS należy do problematyki podejmowania decyzji i może być rozwiązany za pomocą metody należącej do grupy metod ELECTRE. Zastosowanie metody ELECTRE III udowodniło, że przy jej użyciu można skutecznie dokonać wyboru systemu informatycznego e-learning. Metoda wykorzystuje podejście ilościowe i jakościowe, co poszerza zakres jej stosowania. Na wybór systemu wpływ mają preferencje decydenta, które są znaczące choć często pomijane w innych metodach wyboru systemu informatycznego.

Literatura

- Hyla M., *Przewodnik po e-learningu*, Oficyna Ekonomiczna, Kraków 2005.
- Keeney R.L., Raiffa H., *Decisions with Multiple Objectives: Preferences and Value Tradeoffs*, Wiley, New York 1976.
- Learning Management System – LMS – Barriers and Features*, <http://elearningtech.pbwiki.com>, 1.08.2010.
- Learning: the treasure within. Report to UNESCO of the International Commission on Education for the Twenty-first Century*, http://upo.unesco.org/details.aspx?Code_Livre=2413, 1.08.2010.
- Metody wielokryterialne na polskim rynku finansowym*, red. T. Trzaskalik, Wydawnictwo PWE, Warszawa 2006.
- Prawo o szkolnictwie wyższym z dnia 27 lipca 2005 r.*, <http://www.abc.com.pl/serwis/du/2005/1365.htm>, 1.08.2010.
- Roy B., *Wielokryterialne wspomaganie decyzji*, WNT, Warszawa 1990.
- Strategia rozwoju kraju 2007–2015*, Ministerstwo Rozwoju Regionalnego, Warszawa 2006, <http://www.mrr.gov.pl/srk>.

Saaty T.L., *How to Make a Decision: The Analytic Hierarchy Process*, "European Journal of Operational Research" 1990, no. 48.

Szapiro T., *Decyzje menedżerskie z Excelem*, Wydawnictwo PWN, Warszawa 2000.

Turban E., Aronson J.E., *Decision Support Systems and intelligent Systems*, Prentice Hall 2001.

THE ELECTRE III METHOD FOR LMS SELECTION

Summary

The article presented and characterized the multicriterial methods of ELECTRE group to be accurate methods for LMS e-learning systems selection. The method uses the quantitative and qualitative approach that expands its range of use. The system selection is dependant from the decision maker preferences, which are very often omitted in other than ELECTRE I methods of IT e-learning system selection. The paper has concentrated on ELECTRE III method, chosen for exemplary LMS selection.

Translated by Marcin W. Mastalerz